

ДИЗЕЛИ

СПРАВОЧНИК

Издание 3-е,
переработанное
и дополненное

Под общей редакцией
В. А. ВАНШЕЙДА, Н. Н. ИВАНЧЕНКО,
Л. К. КОЛЛЕРОВА

В этом справочнике глава Истомина Павла Александровича о крутильных колебаниях написана совместно с Ефремовым Леонидом Владимировичем (стр. 127...141)



ЛЕНИНГРАД
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1977

которые им свойственны. В таблице не указан случай V-образного двигателя с углом развала между цилиндрами, равным 90° , когда неуравновешенные сила и момент 1-го порядка от ПДМ могут быть уравновешены нащечными противовесами.

Расположение осей вращения противовесов определяется требованиями обеспечения начальной фазы уравновешиваемой гармоники ОМ и конструктивной целесообразности, а потому может быть весьма разнообразным (рис. 5). Так, для уравновешивания гармонической составляющей ОМ и силы инерции ПДМ 1-го порядка возможны схемы, представленные на рис. 5, а, б, а для гармоник второго порядка применима схема, показанная на рис. 5, в.

Для одновременного уравновешивания гармонических составляющих ОМ и моментов сил инерции ПДМ

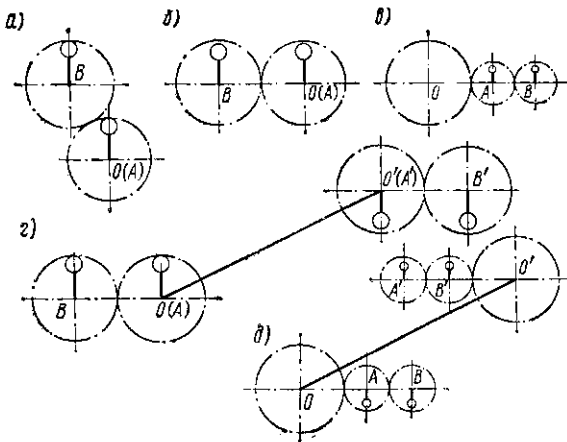


Рис. 5. Устройства для уравновешивания гармоник опрокидывающего момента, сил инерции и их моментов (О — О' — оси коленчатого вала)

1 и 2-го порядков могут быть использованы соответственно схемы, изображенные на рис. 5, з, д.

Для облегчения выбора основных параметров такой системы уравновешивания целесообразно построить графики $m_v = f_1(\epsilon_v)$ и $\eta_v = f_2(\epsilon_v)$ для различных значений безразмерной величины $d_v \sin \phi_v$ (последний из этих графиков представляет собой семейство сложных кривых).

Глава IV

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВАЛОПРОВОДА*

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Система валопровода в общем случае состоит из коленчатого вала двигателя, вала приемника энергии, соединяющих их валов и всех кинематически связанных с ними масс, имеющих существенную величину.

Крутильные колебания возникают под действием переменных крутящих моментов (возмущающих моментов), возникающих на каждом кривошипе и в некоторых приемниках энергии от давления газов в цилиндрах, а также от веса и сил инерции движущихся масс. При со-

падении частот свободных (возникающих только под действием сил упругости) колебаний и частот возмущающих моментов, т. е. при резонансах, амплитуды колебаний могут стать весьма значительными. Длительная работа установки на режимах, близких к опасным резонансам, недопустима, так как колебания могут вызвать поломки валов, муфт и других связанных с ними деталей, повышенный износ шестерен, а также увеличить неравномерность вращения вала генератора, что повлечет за собой колебания напряжения на его клеммах.

Расчет крутильных колебаний начинается с приведения системы. Затем производится расчет частот и форм свободных колебаний, определение возмущающих моментов и моментов сил сопротивления. Далее находят резонансные и окорезонансные амплитуды колебаний масс и напряжения, возникающие в валопроводе, что позволяет установить запретные (недопустимые для длительной эксплуатации) режимы работы установки.

Результаты расчета контролируются и уточняются замером действительных напряжений путем тензометрирования валов или посредством замера амплитуд с помощью специальных приборов — торсиографов.

При необходимости расчетчиком могут быть предложены мероприятия, гарантирующие работоспособность установки, — варьирование элементов системы, применение успокоителей и пр.

Расчет крутильных колебаний необходим для каждой вновь проектируемой или отличающейся от ранее выполненной установки. Ниже изложена приближенная методика расчета.

2. СОСТАВЛЕНИЕ КРУТИЛЬНЫХ СХЕМ И ИХ УСЛОВНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Для последующего расчета действительную систему заменяют упрощенной (динамически эквивалентной) крутильной схемой — это называется приведением системы. Каждую массу, длина которой не превышает двух диаметров, считают при этом сосредоточенной (колесо вала, ротор генератора, гребной винт и пр.) и характеризуют одним параметром — моментом инерции массы θ ($\text{кгс} \cdot \text{см}^2$),

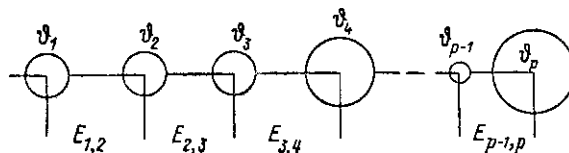


Рис. 1. Крутильная схема системы

а каждый участок валопровода, если он характеризуется свойствами упругой линейной связи, — постоянной податливостью. Податливостью участка называется отношение угла закручивания этого участка в радианах к скручивающему его моменту ($\text{кгс} \cdot \text{см}$). Податливость участка вала обозначается символом e ($\text{кгс}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$) с индексами, указывающими на номера масс, ограничивающих этот участок (например, $e_{k, k+1}$). Податливость участка равна сумме податливостей его частей.

Крутильная схема системы состоит из ряда абсолютно жестких дисков бесконечно малой толщины, соединенных между собой упругими участками, условно лишенными массы. В принятом условном изображении (рис. 1) крутильной схемы массы представляются кружками, площадь которых примерно пропорциональна их моментам инерции; отрезки прямой между кружками выражают упругие свойства соответствующих участков валопровода, а их длины точно пропорциональны податливостям этих участков.

Все массы и участки вала, расположенные в системе после редуктора, также заменяются приведенными, для

* Данная глава написана совместно с канд. техн. наук Л. В. Ефремовым.

чего моменты инерции масс умножаются, а податливости участков делятся на квадрат передаточного числа редуктора.

Распределительный вал и вспомогательные агрегаты двигателя с приводами обычно в крутильную схему не

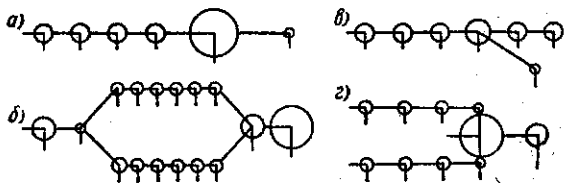


Рис. 2. Крутильные схемы систем: а — простая; б — кольцевая; в и г — разветвленные

вводятся, за исключением продувочных насосов и нагнетателей, если кинематические связи последних с колесчатым валом не отличаются особо большой податливостью.

Системы с редукторами могут быть простыми и разветвленными. Кольцевые системы встречаются очень редко (рис. 2).

Учет участков с нелинейными свойствами изложен в работе [25], там же приведен расчет податливостей упругих муфт.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТЕЙ

В соответствии с приведенным выше определением податливости упругих соединений находятся по формулам вида

$$e = \varphi/U, \quad (1)$$

где φ — угловая деформация данного участка; U — соответствующий ей момент упругих сил (эластический момент).

Конкретные формулы для вычисления податливостей некоторых участков валопровода даны в табл. 1. Модули сдвига G при этом принимаются: для стали — $8,1 \cdot 10^6$, для чугуна с пластинчатым и глобулярным графитом — $6,5 \cdot 10^6$ и $7,4 \cdot 10^6$, для бронзы — $4,2 \cdot 10^6$, а для резины — $7 \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-2}$ (см. табл. 1, с. 143).

Таблица 1. Податливости некоторых элементов валопровода

Эскиз элемента	Формула и способ определения податливости. $\text{кгс}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$
	1. Вал с осевым сверлением $e = \frac{32}{\pi G} \cdot \frac{l}{d^4} \left(1 - \frac{\delta^4}{d^4}\right)^{-1}$
	2. Вал с коническим сверлением $e = [f(\delta_1) - f(\delta_2)] : G d^3 (\delta_2 - \delta_1),$ где $f(\delta_i) = \frac{16}{\pi} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{d - \delta_i}{d + \delta_i} - \arctg \frac{\delta_i}{d} \right)$
	3. Конический вал со сверлением $e \approx \frac{32}{3\pi G} \cdot \frac{l}{d_1^4} \cdot \frac{d_1}{d_2} \left(1 + \frac{d_1}{d_2} + \frac{d_1^2}{d_2^2}\right) \left(1 - \frac{\delta_1^4}{d_1^4}\right)^{-1}$
	4. Цилиндрический вал произвольного сечения $e \approx \frac{32}{\pi G} \cdot \frac{4J_p l}{f^4}$, где f (см^2) и J_p (см^4) — площадь и полярный момент инерции сечения
	5. Стальной вал с бронзовой облицовкой $e = \frac{32}{\pi G} \cdot \frac{l}{D^4} \left[\frac{d^4 + \delta^4}{D^4} + \frac{G_{\text{обр}}}{G} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \right]^{-1}$
	6. Ступенчатый вал (при $r \leq 0,1d_1$) $e = \frac{32}{\pi G} \left(\frac{l_1}{d^4} + \frac{l_2}{d_2^4} + x \right), \text{ где } x \approx \frac{1}{8d_1^3} \left(1 - \frac{d_1^3}{d_2^3}\right)^2.$ При $r > 0,1d_1$ участок галтели заменяют конусами

Для расчета податливостей фланцев последние заменяются цилиндрическими участками, как это предусматривается в случае 6 в табл. 1. При этом диаметр d_2 принимается по окружности расположения болтов.

С погрешностью 5—10% податливость колена вала вычисляется по эмпирическим формулам. Приведем некоторые из них (обозначения указаны на рис. 3). Здесь $x_i = d_i^4 - \delta_i^4$.

Формула С. С. Зимаенко, по исследованиям автора, дает наилучшее приближение к действительной податливости ($\text{кгс}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$), определяемой экспериментально, и пригодна для самых разнообразных конструкций валов, в частности, имеющих большое перекрытие шеек,

$$e_k = \frac{32}{\pi G} \left(\frac{l_1 + 0,6h \frac{d_1}{l_1}}{x_1} + \frac{0,8l_2 + 0,2b_0 \frac{d_1}{R}}{x_2} + \frac{R}{hb_0^3} \sqrt{\frac{R}{d_2}} \right)$$

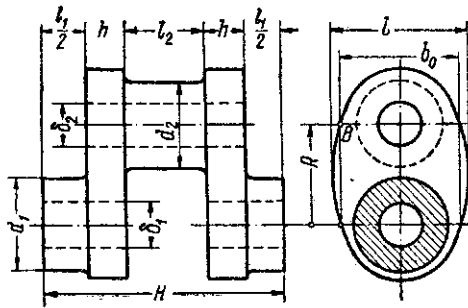


Рис. 3. Эскиз колена вала

Формула Картера отличается наибольшей простотой, она дает удовлетворительные результаты преимущественно для двигателей быстрогоходного типа,

$$e_k = \frac{32}{\pi G} \left(\frac{l_1 + 0,8h}{x_1} + \frac{0,75l_2}{x_2} + \frac{1,5R}{hb^3} \right)$$

Кроме приведенных в расчетной практике применяются формулы Коломенского тепловозостроительного завода, фирмы «Зульцер», С. П. Тимошенко [25] и ВЦЕРА [33]. Выбор наиболее целесообразной формулы для каждого типа двигателя устанавливается на основании опыта расчета.

Для существующих двигателей наиболее надежным является экспериментальное определение податливости по данным торсиографирования.

Для грубо ориентировочного определения податливости в тех случаях, когда известны не все размеры вала, пользуются эмпирической формулой В. П. Терских [25]

$$e_k \approx \frac{11 \cdot 10^{-8}}{d^4 - \delta^4} (H + 0,5R),$$

где d и δ — средние для шеек вала наружный и внутренний диаметры.

Для той же цели может быть использована формула

$$e_k = 2 \cdot 10^{-8} D / d^4,$$

пригодная для случая, когда $D^3 S d^{-4} > 4$.

Податливость зубчатой передачи можно считать равной нулю в тех случаях, когда перекладка зазора между зубьями не имеет места. При больших колебаниях, когда амплитуда эластического момента больше среднего крутящего момента на данном участке, передачи приобретают нелинейные свойства жесткого соединения с зазором [25].

Податливости ременной и электрической передач приведены там же. Податливости участков, расположенных после редуктора, следует разделить на квадрат передаточного числа i (отношение числа оборотов данного участка вала к числу оборотов коленчатого вала).

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МАСС

Момент инерции массы ($\text{кгс} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^2$) тела произвольной формы относительно некоторой оси выражается интегралом, взятый по его объему V (все размеры в см, а массы в $\text{кгс} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^2$),

$$I = \int_V r^2 dm = \frac{\gamma}{g} \int_V r^2 dV,$$

где dm и dV — элементарные масса и объем; r — их расстояние до оси вращения.

Аналитическое определение моментов инерции масс деталей по чертежам производится путем разбивки их на тела простой геометрической формы, моменты инерции которых находятся по указанным здесь и приведенным в различных справочниках формулам, и последующего суммирования. Для деталей более сложной формы (гребные винты, чаши гидромуфт и т. п.) применяются различные графоаналитические способы [25].

Моменты инерции выполненных деталей сложной формы желательно определять методом качания или методом бифилярного подвеса [25].

Кинематически связанные с валопроводом движущиеся детали заменяют приведенными в виде жестких дисков, насаженных на валопровод. При такой замене приведенный момент инерции центрального кривошипно-шатунного механизма определяется по формуле

$$\theta_{\text{КШМ}} \approx \theta_k + 0,00051R^2 [G_{\text{ш}} + (2 - k_{\text{ш}}) G_{\text{ш}}], \quad (2)$$

где θ_k — момент инерции массы колена; R — радиус кривошипа; $G_{\text{ш}}$ — вес поступательно-движущихся деталей (поршень, шток, кривокопф); $G_{\text{ш}}$ — вес шатуна; $k_{\text{ш}}$ — коэффициент по формуле (5, с. 109).

В случае отсутствия всех необходимых данных грубо ориентировочное определение $\theta_{\text{КШМ}}$ с погрешностью, не превышающей 10%, для однорядных и двухрядных двигателей простого и двойного действия можно произвести по формуле В. П. Терских (здесь она несколько преобразована)

$$\theta_{\text{КШМ}} \approx \frac{1,25 \cdot 10^{-8} R^3 D \sqrt{V \bar{b}}}{1,4 D \sqrt{V \bar{b}} + R} (k D \sqrt{V \bar{b}} + H d),$$

где D — диаметр цилиндра; H — расстояние между цилиндрами; d — диаметр коренной шейки вала или средний диаметр его шеек; k — коэффициент, зависящий от отношения длины шатуна L к диаметру поршня, типа двигателя (b — число полостей цилиндров, приходящихся на одно колено вала) и материала поршня.

Пределы применимости этой формулы

$$1,2 < \frac{L}{D \sqrt{V \bar{b}}} < 3,8;$$

значения коэффициента k для двигателей с поршнями чугунными

$$k = 0,25L + 0,6D \sqrt{V \bar{b}},$$

сталициновыми

$$k = 0,38L - 0,17D \sqrt{V \bar{b}}.$$

При наличии противовесов их момент инерции находят с помощью упомянутых выше графоаналитических способов и прибавляют к соответствующим $\theta_{КШМ}$.

Приведенные моменты инерции массы КШМ для некоторых двигателей даны в работе [25].

Момент инерции валопровода малой длины разбивается на две части, отнесенные к концам. В случае, когда вал имеет большую длину, его момент инерции учитывается как для распределенной массы. Иногда вал разбивается на два-три участка, моменты инерции которых сосредоточиваются в серединах каждого из них.

Момент инерции некоторых деталей иногда характеризуют маховым моментом GD^2 (произведение веса детали на квадрат удвоенного радиуса инерции D). Если маховой момент задан в кгс·м², то момент инерции массы этой детали определяется по формуле

$$\theta = 2,55GD \quad (3)$$

Собственный момент инерции гребного винта θ_m при колебаниях увеличивается за счет массы увлекаемой им воды $\theta_{г.в}$. Поэтому в расчет вводится приведенный момент инерции гребного винта

$$\theta_{г.в} = \theta_m + \theta_{г.в}$$

Для приближенного определения удобны формулы Л. М. Кутузова:

$$\theta_m \approx 28 \cdot 10^{-8} \gamma D^5 a (a + 3);$$

$$\theta_{г.в} \approx 6,7 \cdot 10^{-10} D^5 (a' - 0,1) (a' + 5),$$

где D — диаметр винта; γ — удельный вес материала винта; H — шаг винта; a — дисковое отношение, $a = H/D$; a' — коэффициент, $a' = \frac{A}{A_d} \frac{H}{D}$.

Более точная формула Л. М. Кутузова—М. В. Яковлевой для определения $\theta_{г.в}$ приводится в работе [25].

Если параметры гребного винта, работающего без насадки, не известны, то допустимо применять ориентировочную формулу, учитывающую массу увлекаемой винтом воды,

$$\theta_{г.в} \approx k N_e^{\text{ном}} / n_{\text{ном}}^3, \quad (4)$$

где $N_e^{\text{ном}}$ — мощность, потребляемая гребным винтом, э. л. с.; $n_{\text{ном}}$ — частота вращения гребного винта, об/мин; k — коэффициент, учитывающий тип гребного винта.

Для металлических гребных винтов фиксированного шага $k = 57 \cdot 10^6$, а для винтов регулируемого шага $k = 93 \cdot 10^6$. Для гребных винтов с пластмассовыми лопастями величина k снижается вдвое.

Момент инерции ротора гидромолоты обычно определяется графоаналитическим или опытным путем. Для учета влияния заполняющей ее воды полагают, что последняя в количестве, находящемся между лопатками каждой полумолоты, участвует в их колебаниях как жесткое тело. Моменты инерции масс после редуктора следует умножить на квадрат передаточного числа.

5. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМ. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Существенное упрощение расчетов (особенно при ручном счете) достигается заменой действительных параметров системы безразмерными. При этом все формулы сохраняют свой вид, меняются только символы.

При переходе к безразмерным величинам выбираются постоянные системы:

θ_0 — момент инерции массы (обычно $\theta_{КШМ}$); e_0 — податливость участка (обычно e_k); A_1 — амплитуда колебаний первой массы.

Безразмерные масса ϑ_y (точнее, момент инерции массы), податливость $E_{y,y+1}$ и амплитуда α_y находятся из выражений:

$$\vartheta_y = \theta_y / \theta_0; \quad E_{y,y+1} = e_{y,y+1} / e_0; \quad \alpha_y = A_y / A_1. \quad (5)$$

В некоторых случаях в качестве постоянной выбирают амплитуду некоторой t -й массы системы при резонансе A_{tR} . Резонансная амплитуда любой массы с номером y тогда находится из выражения

$$A_{yR} = \alpha_y \left(\frac{A_{tR}}{\alpha_t} \right).$$

Когда за постоянную принимается резонансная амплитуда первой массы A_{1R} ($\alpha_1 = 1$), то

$$A_{yR} = \alpha_y \left(\frac{A_{1R}}{\alpha_1} \right) = \alpha_y A_{1R}. \quad (6)$$

Безразмерная частота колебаний $\sqrt{\Delta}$ и ее квадрат Δ связаны с постоянными системы и круговой частотой ω (с⁻¹) зависимостями:

$$\sqrt{\Delta} = \omega \sqrt{\theta_0 e_0}; \quad \Delta = \theta_0 e_0 \omega^2 = \left(\frac{N}{a} \right)^2, \quad (7)$$

где $a = 9,55 \sqrt{\frac{1}{\theta_0 e_0}}$ именуется постоянной цилиндра, кол/мин.

Безразмерные амплитуды моментов внешних M_y и упругих $F_{y,y+1}$ сил связаны с действительными M_y и $F_{y,y+1} = (A_{y+1} - A_y) : e_{y,y+1}$ соотношениями:

$$M_y = e_0 M_y; \quad F_{y,y+1} = e_0 F_{y,y+1} = \delta_{y,y+1} A_1 / e_0, \quad (8)$$

где величина

$$\delta_{y,y+1} = (\alpha_{y+1} - \alpha_y) : E_{y,y+1}$$

называется безразмерной амплитудой упругого (эластического) момента, подсчитанной при собственной частоте, свойственной анализируемой форме колебаний.

В последующие расчеты вводится понятие безразмерной стойкости массы

$$H_y = -\vartheta_y \Delta.$$

После уточнения Δ по таблице Терских или иными способами и вычисления безразмерных амплитуд, величины последних в произвольном масштабе откладываются от некоторой горизонтали на осях, проходящих через центры кружков, и соединяются ломаной линией, которая представляет собой форму свободных (или резонансных) колебаний. Пересечения этой линии с исходной горизонталью указывают на месторасположение узлов, а тангенсы углов наклона отрезков прямых оказываются пропорциональными действующим на соответствующих участках моментам упругих сил (эластическим моментам).

6. ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Для предварительной оценки частот свободных колебаний многомассовая система или ее отдельные участки заменяются эквивалентными двух- или трехмассовыми системами. Квадраты безразмерных частот при этом находятся по формулам:

для двухмассовой системы —

$$\Delta = (\vartheta_1 + \vartheta_2) : (\vartheta_1 \vartheta_2 E_{1,2}), \quad (9)$$

для трехмассовой системы —

$$\Delta_1 \left. \begin{matrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{matrix} \right\} = 0,5 (\Delta_{1,2} + \Delta_{2,3}) \mp \sqrt{0,25 (\Delta_{1,2} + \Delta_{2,3})^2 - \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3}{\vartheta_1 \vartheta_2 \vartheta_3 E_{1,2} E_{2,3}}} \quad (10)$$

где парциальные частоты находятся из зависимостей:

$$\Delta_{1,2} = (\vartheta_1 + \vartheta_2) (\vartheta_1 \vartheta_2 E_{1,2})^{-1}$$

$$\text{и } \Delta_{2,3} = (\vartheta_2 + \vartheta_3) (\vartheta_2 \vartheta_3 E_{2,3})^{-1}$$

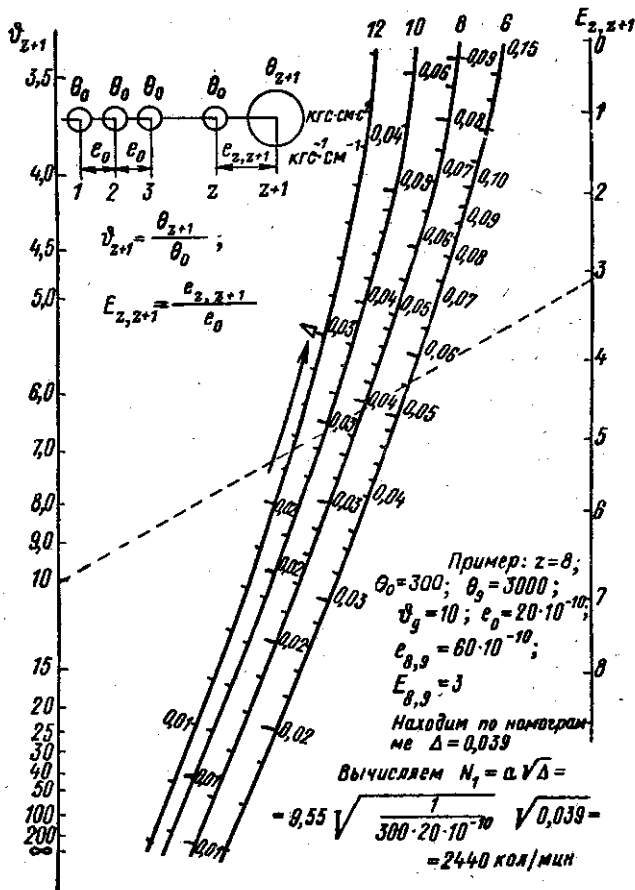


Рис. 4. Номограмма Сенчищева для определения собственных частот систем

Имеются три основных способа приведения многомассовых систем к приближенно эквивалентным: отображивание высокоподатливых частей системы, слияние близко расположенных на крутильной схеме масс и исключение малых масс. При достаточном навыке эти способы позволяют ориентировочно оценивать частоты свободных колебаний основных форм.

Если система состоит из z равных масс, расположенных в ее начале (дизель), следующих за ними масс маховика ϑ_{z+1} и приемника энергии ϑ_{z+2} , то параметры эквивалентной трехмассовой системы можно оценить по формулам:

$$\vartheta_1 = z; E_{1,2} = 0,4z - 0,5 + E_{z,z+1}; \vartheta_2 = \vartheta_{z+1};$$

$$E_{2,3} = E_{(z+1),(z+2)}; \vartheta_3 = \vartheta_{z+2}$$

Если $E_{2,3} > 2E_{1,2}$, то квадрат безразмерной частоты одноузловой (валопроводной) формы в первом приближении можно оценить по формуле (9), в которой

$$\vartheta_1 = z; E_{1,2} = (0,4z - 0,5 + E_{z,z+1}) / (z + \vartheta_{z+1}) + E_{(z+1),(z+2)}; \vartheta_2 = \vartheta_{z+1}$$

При этом часть системы за маховиком может считаться высокоподатливой и практически не влияет на частоту свободных колебаний двухузловой формы. В этом случае Δ_2 всей системы оказывается весьма близкой к Δ_1 системы «двигатель—маховик» и может быть найдена по номограмме Н. А. Сенчищева (рис. 4).

В связи с этим заметим, что в подавляющем большинстве установок с серийными дизелями между последними и приемниками энергии имеют место высокоподатливые соединения, а потому мероприятия по борьбе с крутильными колебаниями моторной формы целесообразно предусматривать еще на стадии проектирования дизеля.

В случае, когда $E_{1,2} > E_{2,3}$ (дизель-генераторы с жестким соединением ротора и маховика), Δ_1 находят по номограмме Н. А. Сенчищева. Для этого необходимо предварительно сложить моменты инерции маховика и ротора, а Δ_2 найти по формуле (10).

7. УТОЧНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ЧАСТОТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Точные значения частот свободных колебаний рекомендуется определять подбором по методу, предложенному и разработанному В. П. Терских [25].

В качестве параметров безразмерной системы принимаются податливости участков между массами $E_{k,k+1}$ и стойкости масс $H_k = -\vartheta_k \Delta$.

Кроме того, в последующие расчеты входят понятия стойкости левой и правой частей системы в k -й массе:

$$H_k^{(l)} = H_k + \frac{1}{E_{k-1,k} + \frac{1}{H_{k-1} + \frac{1}{\dots + \frac{1}{H_1}}}}$$

$$H_k^{(p)} = H_k + \frac{1}{E_{k,k+1} + \frac{1}{H_{k+1} + \frac{1}{\dots + \frac{1}{H_p}}}}$$

Податливости частей системы на участке $k, k+1$:

$$E_{k,k+1}^{(l)} = E_{k,k+1} + \frac{1}{H_k + \frac{1}{E_{k-1,k} + \frac{1}{\dots + \frac{1}{H_1}}}}$$

$$E_{k, k+1}^{(p)} = E_{k, k+1} + \frac{1}{H_{k+1} + \frac{1}{E_{k+1, k+2} + \dots + \frac{1}{H_p}}}$$

Правые части этих выражений представляют собой цепные дроби (отсюда название — метод цепных дробей). Все эти дроби начинаются с параметра системы, обозначенного тем же символом, что и все выражение, а последний член представляет собой стойкость массы, номер которой указан в верхнем индексе. Между крайними членами цепной дроби размещаются промежуточные параметры в той последовательности, в какой они встречаются в системе (p — номер последней массы).

Основные уравнения свободных колебаний (частотные уравнения) на основании приведенных выше понятий могут быть представлены в различных видах. Укажем некоторые из них:

$$H_p^{(1)} = 0; \quad H_1^{(p)} = 0; \quad (12)$$

$$H_k^{(1)(p)} = H_k^{(1)} + \frac{1}{E_{k, k+1}^{(p)}} = H_k + \frac{1}{E_{k-1, k}^{(1)} + \frac{1}{E_{k, k+1}^{(p)}}} = 0; \quad (13)$$

$$E_{k, k+1}^{(1)(p)} = E_{k, k+1}^{(1)} + \frac{1}{H_{k+1}^{(1)}} = E_{k, k+1} + \frac{1}{H_k^{(1)} + \frac{1}{H_{k+1}^{(1)}}} = 0. \quad (14)$$

Выражения (13) носят наименование частотных уравнений p -массовой системы с надломом на k -й массе, а выражения (14) называются частотными уравнениями с надломом по участку $k, k+1$.

Формой колебаний называется совокупность отношений амплитуд колебаний масс системы. Форма свободных колебаний наблюдается при главных колебаниях, собственные частоты которых являются корнями частотных уравнений любого вида. Число возможных форм свободных колебаний равно числу упругих соединений между массами данной системы. Каждой форме свободных колебаний свойственна определенная частота ω и $\sqrt{\Delta}$. Формы свободных колебаний, подлежащие последующему расчету, определяются крайними значениями Δ по формуле

$$\Delta = 0,011 (\nu n)^2 \theta_0 e_0,$$

куда порядок гармоничной составляющей возмущающего момента и частота вращения вала n подставляются один раз в их минимальных $0,5-1$, а другой раз — в их максимальном значении $\nu = 16$.

После определения их приближенных значений по способам, указанным в предыдущем параграфе, эти частоты уточняются методом подбора по специальным табличным формам.

Табличная форма (табл. 2) заполняется для подбора корня частотного уравнения (12). В первой строке этой формы размещаются параметры системы H_y и $E_{y, y+1}$ (y — текущий номер массы) в той последовательности, в какой они расположены в крутильной схеме. При этом стойкости масс H_y подсчитываются для заданного Δ , а соответствующие столбцы нумеруются так же, как массы. Дальнейшие вычисления во второй и третьей строках

соответствуют определению численного значения цепной дроби $H_p^{(1)}$ [см. формулу (12)], т. е. начинаются с последнего (нижнего) члена дроби $H_1^{(1)}$. Последовательность вычислений указана стрелками. Числа третьей строки представляют собой алгебраическую сумму расположенных над ними чисел. Если заданное значение Δ удовлетворяет уравнению, то $H_p^{(1)}$ (последняя величина третьей строки) оказывается равной нулю. Местонахождение узлов определяется на тех участках между массами, где знаки в первой—третьей строках чередуются в последовательности $+-+$ (по вертикали).

Таблица 2. Таблица Терских для трехмассовой системы без надлома

$$H_3^{(n)} = H_3 + \frac{1}{E_{2,3} + \frac{1}{H_2 + \frac{1}{E_{1,2} + \frac{1}{H_1}}}} = 0$$

Параметры системы	$H_1 = -\delta_1 \Delta$	$E_{1,2}$	$H_2 = -\delta_2 \Delta$	$E_{2,3}$	$H_3 = -\delta_3 \Delta$
Обратные величины стойкостей и податливостей частей системы		$\frac{1}{H_1^{(n)}}$	$\frac{1}{E_{1,2}^{(n)}}$	$\frac{1}{H_2^{(n)}}$	$\frac{1}{E_{2,3}^{(n)}}$
Стойкости и податливости частей системы	$H_1^{(n)} = H_1$	$E_{1,2}^{(n)}$	$H_2^{(n)}$	$E_{2,3}^{(n)}$	$H_3^{(n)}$
Безразмерные амплитуды колебаний	α_1		α_2		α_3
Безразмерные амплитуды эластических моментов		$\delta_{1,2}$		$\delta_{2,3}$	

Если после заполнения трех строк таблицы оказывается, что число узлов соответствует рассчитываемой форме колебаний, а $H_p^{(1)} > 0$, то с целью дальнейшего уточнения значения Δ нужно увеличить, а если $H_p^{(1)} < 0$ — уменьшить.

Если число узлов меньше требуемого, то Δ следует увеличить.

Расчет безразмерных амплитуд колебаний масс (четвертая строка таблицы) и эластических моментов (пятая строка) производится только после того, как уточнение Δ достигнуто и $|H_p^{(1)}| < |0,01 H_p|$ на основании формул:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 1; \quad \delta_{z, z+1} = \alpha_z H_z^{(1)}; \\ \alpha_{z+1} &= \delta_{z, z+1} E_{z, z+1}^{(1)} \dots \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Расчет производится в последовательности, указанной стрелками, при этом $H_1^{(1)} = H_1$.

Для случаев, когда в начале системы расположена группа z одинаковых масс, связанных одинаковыми датливостями, условно называемая в дальнейшем группой равных масс, подбор Δ можно существенно упростить.

Т а б л и ц а 3. Значения величины $H_2^{(1)}$

Δ	$H_3^{(1)}$	$H_4^{(1)}$	$H_5^{(1)}$	$H_6^{(1)}$	$H_7^{(2)}$	$H_8^{(1)}$	$H_9^{(1)}$	$H_{10}^{(1)}$	Δ
0,0010	-0,00300	-0,00401	-0,00503	-0,00605	-0,00709	-0,00814	-0,00921	-0,01030	0,0010
0,0011	-0,00330	-0,00441	-0,00553	-0,00666	-0,00781	-0,00897	-0,01015	-0,01136	0,0011
0,0012	-0,00360	-0,00482	-0,00604	-0,00728	-0,00853	-0,00980	-0,01110	-0,01243	0,0012
0,0013	-0,00391	-0,00522	-0,00655	-0,00789	-0,00926	-0,01064	-0,01206	-0,01350	0,0013
0,0014	-0,00421	-0,00562	-0,00705	-0,00851	-0,00998	-0,01148	-0,01302	-0,01459	0,0014
0,0015	-0,00451	-0,00603	-0,00756	-0,00912	-0,01071	-0,01232	-0,01398	-0,01568	0,0015
0,0016	-0,00481	-0,00643	-0,00807	-0,00974	-0,01144	-0,01317	-0,01495	-0,01677	0,0016
0,0017	-0,00511	-0,00684	-0,00858	-0,01036	-0,01217	-0,01402	-0,01592	-0,01787	0,0017
0,0018	-0,00541	-0,00724	-0,00909	-0,01098	-0,01290	-0,01485	-0,01689	-0,01897	0,0018
0,0019	-0,00572	-0,00765	-0,00960	-0,01160	-0,01363	-0,01571	-0,01787	-0,02008	0,0019
0,0020	-0,00602	-0,00805	-0,01012	-0,01222	-0,01437	-0,01658	-0,01886	-0,02122	0,0020
0,0022	-0,00662	-0,00886	-0,01115	-0,01347	-0,01586	-0,01832	-0,02086	-0,02352	0,0022
0,0024	-0,00723	-0,00968	-0,01218	-0,01474	-0,01735	-0,02006	-0,02286	-0,02582	0,0024
0,0026	-0,00783	-0,01050	-0,01321	-0,01603	-0,01984	-0,02182	-0,02488	-0,02814	0,0026
0,0028	-0,00844	-0,01131	-0,01424	-0,01723	-0,02034	-0,02358	-0,02694	-0,03048	0,0028
0,0030	-0,00904	-0,01213	-0,01528	-0,01853	-0,02186	-0,02536	-0,02902	-0,03286	0,0030
0,0032	-0,00965	-0,01294	-0,01632	-0,01984	-0,02338	-0,02720	-0,03110	-0,03528	0,0032
0,0034	-0,01026	-0,01376	-0,01736	-0,02106	-0,02492	-0,02894	-0,03220	-0,03774	0,0034
0,0036	-0,01086	-0,01458	-0,01841	-0,02236	-0,02646	-0,03078	-0,03534	-0,04026	0,0036
0,0038	-0,01147	-0,01541	-0,01946	-0,02366	-0,02802	-0,03264	-0,03752	-0,04280	0,0038
0,0040	-0,01208	-0,01623	-0,02050	-0,02492	-0,02956	-0,03448	-0,03970	-0,04536	0,0040
0,0042	-0,01269	-0,01705	-0,02154	-0,02622	-0,03112	-0,03634	-0,04192	-0,04794	0,0042
0,0044	-0,01330	-0,01788	-0,02260	-0,02752	-0,03270	-0,03822	-0,04414	-0,05055	0,0044
0,0046	-0,01391	-0,01870	-0,02366	-0,02884	-0,03428	-0,04112	-0,04638	-0,05320	0,0046
0,0048	-0,01452	-0,01953	-0,02472	-0,03014	-0,03588	-0,04202	-0,04866	-0,05590	0,0048
0,0050	-0,01513	-0,02036	-0,02578	-0,03146	-0,03748	-0,04394	-0,05095	-0,05870	0,0050
0,0055	-0,01665	-0,02244	-0,02846	-0,03478	-0,04154	-0,04884	-0,05680	-0,06585	0,0055
0,0060	-0,01818	-0,02452	-0,03114	-0,03814	-0,04564	-0,05380	-0,06285	-0,07310	0,0060
0,0065	-0,01971	-0,02662	-0,03384	-0,04152	-0,04980	-0,05890	-0,06910	-0,08070	0,0065
0,0070	-0,02124	-0,02872	-0,03656	-0,04494	-0,05405	-0,06415	-0,07555	-0,08870	0,0070
0,0075	-0,02278	-0,03082	-0,03930	-0,04840	-0,05835	-0,06950	-0,08220	-0,09700	0,0075
0,0080	-0,02432	-0,03292	-0,04206	-0,05190	-0,06275	-0,07495	-0,08905	-0,1058	0,0080
0,0085	-0,02588	-0,03504	-0,04484	-0,05545	-0,06720	-0,08055	-0,09610	-0,1154	0,0085
0,0090	-0,02742	-0,03718	-0,04762	-0,05900	-0,07170	-0,08625	-0,1034	-0,1243	0,0090
0,0095	-0,02896	-0,03932	-0,05045	-0,06260	-0,07630	-0,09210	-0,1110	-0,1344	0,0095
0,0100	-0,03052	-0,04148	-0,05325	-0,06625	-0,08095	-0,09810	-0,1188	-0,1448	0,0100
0,011	-0,03362	-0,04580	-0,05900	-0,07370	-0,09055	-0,1106	-0,1353	-0,1675	0,011
0,012	-0,03674	-0,05015	-0,06480	-0,08130	-0,1005	-0,1236	-0,1531	-0,1928	0,012
0,013	-0,03988	-0,05450	-0,07070	-0,08905	-0,1108	-0,1375	-0,1724	-0,2214	0,013
0,014	-0,04302	-0,05895	-0,07665	-0,09700	-0,114	-0,1521	-0,1934	-0,2538	0,014
0,015	-0,04618	-0,06340	-0,08270	-0,1051	-0,1325	-0,1677	-0,2164	-0,2914	0,015
0,016	-0,04934	-0,06790	-0,08885	-0,1135	-0,1440	-0,1842	-0,2418	-0,3350	0,016

Δ	$H_3^{(1)}$	$H_4^{(1)}$	$H_5^{(1)}$	$H_6^{(1)}$	$H_7^{(1)}$	$H_8^{(1)}$	$H_9^{(1)}$	$H_{10}^{(1)}$	Δ
0,017	-0,05250	-0,07245	-0,09510	-0,1221	-0,1560	-0,2018	-0,2698	-0,3864	0,017
0,018	-0,05570	-0,07700	-0,1014	-0,1309	-0,1686	-0,2208	-0,3012	-0,4490	0,018
0,019	-0,05890	-0,08160	-0,1078	-0,1399	-0,1817	-0,2410	-0,3364	-0,5260	0,019
0,020	-0,06210	-0,08625	-0,1143	-0,1492	-0,1953	-0,2628	-0,3764	-0,6235	0,020
0,022	-0,06855	-0,09560	-0,1278	-0,1684	-0,2244	-0,3114	-0,4742	-0,9240	0,022
0,024	-0,07505	-0,1052	-0,1416	-0,1888	-0,2568	-0,3694	-0,6100	-1,586	0,024
0,026	-0,08160	-0,1149	-0,1558	-0,2104	-0,2926	-0,4396	-0,8105	-4,300	0,026
0,028	-0,08825	-0,1248	-0,1705	-0,2336	-0,3326	-0,5265	-1,140	+8,140	0,028
0,030	-0,09490	-0,1349	-0,1858	-0,2582	-0,3780	-0,6380	-1,792	+2,232	0,030
0,032	-0,1016	-0,1451	-0,2016	-0,2846	-0,4300	-0,7865	-3,714	+1,336	0,032
0,034	-0,1083	-0,1555	-0,2180	-0,3130	-0,4896	-0,9930	-146,1	+0,9730	0,034
0,036	-0,1151	-0,1661	-0,2352	-0,3436	-0,5595	-1,306	+4,232	+0,7730	0,036
0,038	-0,1220	-0,1769	-0,2530	-0,3768	-0,6425	-1,834	+2,160	+0,6455	0,038
0,040	-0,1289	-0,1880	-0,2716	-0,4128	-0,7425	-2,928	+1,479	+0,5565	0,040
0,042	-0,1359	-0,1993	-0,2908	-0,4522	-0,8675	-6,590	+1,137	+0,4900	0,042
0,044	-0,1429	-0,2108	-0,3110	-0,4954	-1,026	+39,42	+0,9330	+0,4388	0,044
0,046	-0,1500	-0,2224	-0,3322	-0,5435	-1,236	+5,190	+0,7900	+0,3952	0,046
0,048	-0,1572	-0,2346	-0,3544	-0,5965	-1,528	+2,848	+0,6920	+0,3610	0,048
0,050	-0,1644	-0,2468	-0,3774	-0,6565	-1,961	+1,991	+0,6155	+0,3310	0,050
0,055	-0,1826	-0,2784	-0,4408	-0,8435	-5,440	+1,170	+0,4842	+0,2712	0,055
0,060	-0,2014	-0,3120	-0,5135	-1,116	+9,545	+0,8450	+0,3980	+0,2248	0,060
0,065	-0,2204	-0,3478	-0,5980	-1,553	+2,742	+0,6680	+0,3354	+0,1862	0,065
0,070	-0,2400	-0,3858	-0,6980	-2,382	+1,657	+0,5535	+0,2864	+0,1526	0,070
0,075	-0,2600	-0,4262	-0,8180	-4,568	+1,205	+0,4716	+0,2454	+0,1221	0,075
0,080	-0,2804	-0,4698	-0,9660	-28,18	+0,9565	+0,4090	+0,2102	+0,0937	0,080
0,085	-0,3014	-0,5165	-1,153	+7,455	+0,7965	+0,3584	+0,1789	+0,0667	0,085
0,090	-0,3230	-0,5670	-1,399	+3,420	+0,6835	+0,3160	+0,1501	+0,0414	0,090
0,095	-0,3450	-0,6215	-1,738	+2,260	+0,5980	+0,2792	+0,1233	+0,0147	0,095
0,100	-0,3676	-0,6815	-2,238	+1,708	+0,5310	+0,2468	+0,0979	—	0,100
0,11	-0,4148	-0,8190	-4,628	+1,166	+0,4282	+0,1898	+0,0495	—	0,11
0,12	-0,4648	-0,9885	-84,95	+0,8920	+0,3514	+0,1400	+0,0028	—	0,12
0,13	-0,5180	-1,204	+5,775	+0,7225	+0,2894	+0,0944	-0,0437	—	0,13
0,14	-0,5740	-1,489	+2,906	+0,6040	+0,2366	+0,0513	-0,0912	—	0,14
0,15	-0,6345	-1,888	+1,976	+0,5140	+0,1895	+0,0093	—	—	—
0,16	-0,6995	-2,490	+1,511	+0,4418	+0,1464	+0,0323	—	—	—
0,17	-0,7695	-3,508	+1,229	+0,3814	+0,1060	-0,0741	—	—	—

займствуя величину стойкости системы $H_2^{(1)}$, состоящей из группы равных масс, из табл. 3. Если в общем случае число столбцов таблицы равно числу элементов Φ и E системы, то, пользуясь табл. 3, сокращаем ее на $2z - 2$ столбца.

Если в пределах группы равных масс при данном Δ имеется узел, то его можно обнаружить в табл. 3 по числу перемен знака с $-$ на $+$ величины $H_2^{(1)}$ в соответствующей строке от $H_2^{(1)}$ (в таблице отсутствует) до принятого значения, что отмечено вертикалями. При этом следует иметь в виду, что $H_2^{(1)}$ всегда меньше нуля.

В процессе подбора значение $H_p^{(1)}$ целесообразно наносить на график $H_p^{(1)} = f(\Delta)$, что позволяет лучше (используя интерполяцию) ориентироваться в процессе последовательных приближений к требуемому результату. Упомянутая функциональная зависимость здесь всегда

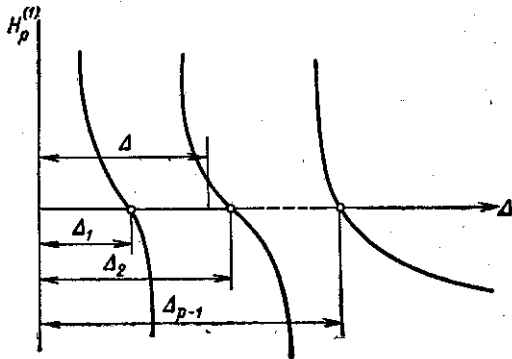


Рис. 5. Кривые стойкости четырехмассовой системы

имеет вид разрывной функции, состоящей из $p-1$ кривых, имеющих вид тангенсоид, производные которых всегда отрицательны (кривые стойкости системы см., например, на рис. 5). Асимптоты смежных кривых совпадают. Расстояние между асимптотами кривой стойкости (каждая кривая соответствует колебанию с определенным числом узлов) может быть весьма малым. В этом случае даже несмотря на незначительное приращение Δ (в процессе подбора его истинного значения) $H_p^{(1)}$ не получается достаточно близким к нулю, что вынуждает перейти к подбору на основании частотного уравнения (13).

При этом выбирается надлом системы на некоторой массе с номером k (обычно одна из наименьших масс или последняя масса двигателя). Расчет производится по табл. 4, которой часто приходится пользоваться.

При уточнении Δ по этой таблице первая строка заполняется параметрами системы, как описано выше. Столбец под k -й массой выделяется жирными вертикальными линиями. Заполнение второй и третьей строк таблицы левее выделенного столбца производится, как в табл. 2, до величины $1/E_{k-1, k}^{(1)}$. Дальнейшие вычисления продолжают со стойкости последней массы H_p в последовательности, указанной стрелками, до подсчета величины $1/E_{k, k+1}^{(p)}$ в столбце под H_k .

Суммируя три числа этого столбца, в соответствии с выражением (13) находим $H_k^{(1)(p)}$, которое записывается в третьей строке последнего столбца.

Если в процессе уточнения Δ встречаются трудности, о которых сказано выше, то надлом производится на другой массе. Определение местонахождения узлов производится на основании отмеченного выше чередования знаков в столбцах под податливостями. Так как кривые стойкости системы на любой массе имеют одинаковый

характер, то выбор Δ для следующего приближения подчиняется тем же указаниям.

После того как истинное значение Δ найдено, для части таблицы левее места надлома безразмерные амплитуды свободных колебаний определяются в четвертой

Таблица 4. Таблица В. П. Терских для пятимассовой системы с надломом на третьей массе

$$H_3^{(1)(1)} = 0; \quad H_3 + \frac{1}{E_{2,3}^{(1)}} + \frac{1}{E_{3,4}^{(2)}} = 0;$$

$$H_3 + \frac{1}{E_{2,3} + \frac{1}{H_2 + \frac{1}{E_{1,2} + \frac{1}{H_1}}}} + \frac{1}{E_{3,4} + \frac{1}{H_4 + \frac{1}{E_{4,5} + \frac{1}{H_5}}}} = 0$$

H_1	$E_{1,2}$	H_2	$E_{2,3}$	H_3	$E_{3,4}$	H_4	$E_{4,5}$	H_5
	$\frac{1}{H_1}$	$\frac{1}{E_{1,2}^{(1)}}$	$\frac{1}{H_2^{(1)}}$	$\frac{1}{E_{2,3}^{(1)}}$	$\frac{1}{H_4^{(2)}}$	$\frac{1}{E_4^{(2)}}$	$\frac{1}{H_5^{(3)}}$	
		$E_{1,2}^{(1)}$	$H_2^{(1)}$	$E_{2,3}^{(1)}$	$E_{3,4}^{(2)}$	$H_4^{(2)}$	$E_{4,5}^{(2)}$	$H_5^{(3)}$
	$\delta_{1,2} = \frac{\alpha_1}{H_1}$	$\alpha_2 = \frac{\delta_{1,2}}{H_2}$	$\alpha_3 = +1$	$\alpha_4 = -\frac{\delta_{3,4}}{H_4}$	$\alpha_5 = -\frac{\delta_{4,5}}{E_{4,5}^{(2)}}$		$\alpha_6 = -\frac{\delta_{4,5}}{H_5}$	
	$\delta_{1,2} = \frac{\alpha_2}{H_1^{(1)}}$	$\delta_{2,3} = \frac{1}{E_{2,3}^{(1)}}$		$\delta_{3,4} = -\frac{1}{E_{3,4}^{(2)}}$			$\delta_{4,5} = -\frac{\alpha_6}{E_{4,5}^{(2)}}$	

и пятой строках по формулам (15), а для остальной части таблицы — по формулам (начиная с α_k):

$$\alpha_y = -\frac{\delta_{y-1, y}}{H_y^{(p)}} \quad \text{и} \quad \delta_{y-1, y} = -\frac{\alpha_{y-1}}{E_{y-1, y}^{(p)}}$$

при этом $H_p^{(p)} = H_p$; $H_1^{(1)} = H_1$ и $H_p^{(1)} = 0$.

Последовательность вычислений указана стрелками.

Пример 1. Определить частоту свободных колебаний одноузловой формы четырехмассовой системы. Дано: $\Phi_1 = 1$; $\Phi_2 = 1$; $\Phi_3 = 6$; $E_{1,2} = E_{2,3} = 1$; $E_{3,4} = 19$.

Заменяя группу равных масс одной массой Φ_x , расположенной в их условном центре тяжести, находим:

$$\Phi_x = 3; \quad E_{x,4} = 19 + 1 = 20.$$

Приближенное значение Δ находим по формуле (9)

$$\Delta = \frac{\Phi_x + \Phi_4}{\Phi_x \Phi_4 E_{x,4}} = \frac{3 + 6}{3 \cdot 6 \cdot 20} = 0,025.$$

После заполнения трех первых строк табл. 5 находим, что при $\Delta' = 0,026$ $H_3^{(1)} = 0,008$. Не добиваясь лучшего приближения (а это следовало бы сделать), в двух нижних строках таблицы определяем безразмерные амплитуды и эластические моменты.

Пример 2. Определить частоту свободных колебаний двухузловой формы системы, состоящей из шестигидродвигательного однородного двигателя, шестерни валоповоротного устройства и гребного винта. Дано: $\Phi_1 = \dots = \Phi_4 = 1$; $\Phi_5 = 1,62$; $\Phi_6 = 8,7$; $E_{1,2} = \dots = E_{2,5} = 1$; $E_{6,7} = 1,03$; $E_{7,8} = 14$.

Т а б л и ц а 5. К расчету четырехмассовой системы без надлома

1		2		3	Узел	4
-0,026	1	-0,026	1	-0,026	19	-0,156
	-38,5	-0,0267	-19	-0,0556	-12,55	0,148
	-37,5	-0,0527	-18	-0,0816	6,75	-0,008
1,000		0,974		0,925		-0,510
	-0,026		-0,0514		-0,0755	

Т а б л и ц а 6. К расчету восьмимассовой системы

Без надлома						
	6		7	Узел	8	
№ 1	$\Delta' = 0,18$	1,03	-0,282	14,0		-1,56
		3,04	0,246	-27,8		-0,07
	$H_6^{(1)} = 0,329y$	4,07	-0,036	-13,8		-1,63
№ 2	$\Delta'' = 0,19$	1,03	-0,308	14,0		-1,66
		3,55	0,218	-11,10		0,34
	$H_6^{(1)} = 0,282y$	4,58	-0,090	2,90		-1,32
С надломом						
	6		7	Узел	8	
№ 3	$\Delta = 0,186$	1,03	-0,302	14,0		-1,62
		3,32	0,230	-0,617		
	$H_6^{(1)} = 0,301y$	4,35	0,074	13,4		+0,002

Приближенное значение $\Delta' = 0,18$.

Заполняем по три строки таблицы В. П. Терских без надлома (табл. 6, № 1 и 2) при значениях $\Delta' = 0,18$ и $\Delta'' = 0,19$. Значения стойкости системы $H_6^{(1)}$ при этом заимствуем из табл. 3. Замечая, что обе эти величины при меньших значениях Δ меняют знак, устанавливаем, что в обоих случаях в пределах группы равных масс наблюдается узел, а потому численные значения этих величин записываем в табл. 6 с буквой y (узел). Заполнив таблицы, устанавливаем, что двухузловая форма обнаруживается только при $\Delta'' = 0,19$, а потому следующее приближение производим при значении $\Delta = 0,186$, более близком к последнему. Так как приращение Δ на 0,01 влечет за собой изменение формы колебаний, то следующую таблицу выполняем с надломом на седьмой массе.

Ввиду отсутствия значения стойкости группы равных масс для $\Delta = 0,186$, находим $H_6^{(1)}$ посредством интерполяции. Заполнение таблицы убеждает нас в том, что корень частотного уравнения найден с достаточной точностью, интерполяция целесообразно производить, построив график $H_6^{(1)} = f(\Delta)$ по трем-четырем достаточно близкими точкам.

8. ВОЗМУЩАЮЩИЕ МОМЕНТЫ

Вынужденные крутильные колебания возникают в системе под воздействием возмущающих моментов от сил давления газов в цилиндрах двигателей $M_{гi}$, от сил инерции поступательно-движущихся масс КШМ $M_{иi}$, от сил тяги $M_{тi}$ и от приемника энергии $M_{в}$.

Амплитуды гармонических составляющих возмущающих моментов каждого порядка ν , имеющие существенную величину, геометрически складываются. При этом вектор суммарной амплитуды возмущающего момента определяется по величине M_{ν} и направлению ψ_{ν} .

Начальная фаза ν -й гармоники y -го цилиндра $\psi_{y\nu}$ находится в зависимости от угла поворота соответствующего кривошипа между вспышками в первом и y -м цилиндрах $\xi_{1,y}$, т. е. $\psi_{y\nu} = \psi_{\nu} + \nu \xi_{1,y}$. Обычно принимают $\psi_{\nu} = 0$.

Амплитуды $M_{\nu r}$ и начальные фазы $\psi_{\nu r}$ гармоник возмущающих моментов от сил газов должны определяться для каждого конкретного типа двигателя путем разложения в ряд Фурье диаграммы крутящего момента одного цилиндра. Имеются стандартные программы гармонического анализа на ЭВМ. При отсутствии данных гармонического анализа величина амплитуды $M_{\nu r}$ (кгс·см) приближенно рассчитывается по формуле

$$M_{\nu r} = 0,125\pi D^2 S c_{\nu}$$

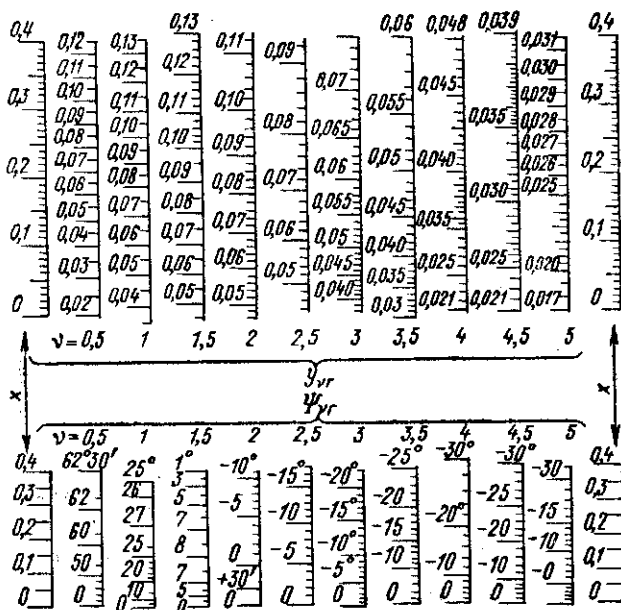
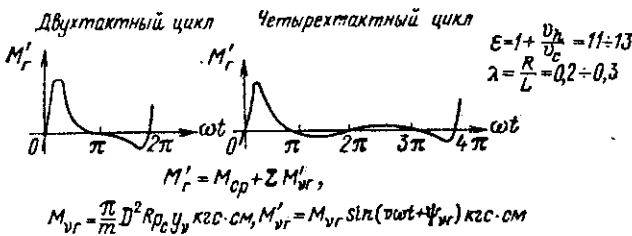
где D и S — диаметр цилиндра и ход поршня, см; c_{ν} — гармонический коэффициент, определяемый по обобщенным графическим зависимостям, приводимым в литературе [10, 21 и др.], в функции среднего индикаторного да-

ния ρ_l (кгс/см³). Там же приводятся аналогичные зависимости для определения начальной фазы ψ_{vr} .

Аппроксимация этих зависимостей дает следующие формулы для расчета c_{vr} :

$$c_{vr} = \begin{cases} = \frac{4}{m} \left[0,5 + \frac{(\rho_l - 3,5)(3 - v)}{35} \right] [4,92 - (1,5 - v)^2] & \text{при } v = 0,5 \div 2; \\ = \frac{4}{m} (5,4 - v) [0,43 + 0,0545\rho_l] & \text{при } v = 2 \div 4; \\ = 1,72 \frac{4}{m} \frac{15,5 + \rho_l}{\sqrt{2} \sqrt{v}} & \text{при } v > 4, \end{cases}$$

где m — тактность двигателя ($m = 4$ — для четырехтактного и $m = 2$ — для двухтактного).



$$c_v = \begin{cases} = (5,4 - v) (0,015\rho_c + 0,05\rho_l) \frac{4}{m} & \text{при } v = 2 \div 4; \\ = 1,72 \frac{0,61\rho_c + \rho_l}{\sqrt{2} \sqrt{v}} \frac{4}{m} & \text{при } v > 4. \end{cases}$$

Амплитуды возмущающих моментов от сил инерции поступательно-движущихся масс КШМ обычно учитываются только для трех первых порядков:

$$M_{1и} = 1,02kn^2; \quad M_{2и} = 2,04kn^2/\lambda; \quad M_{3и} = 2,8kn^2,$$

где все величины в кгс·см, а коэффициент k (кгс·см·мин²) определяется по формуле

$$k = 28 \cdot 10^{-7} \lambda (G_n + k_m G_m) R^2.$$

Все величины имеют здесь те же значения, как в гл. II, а $\lambda = R/L$. Начальная фаза гармоники первого порядка $\psi_{1и} = 0^\circ$, а $\psi_{2и} = \psi_{3и} = 180^\circ$.

Возмущающие моменты от сил тяжести деталей КШМ учитываются только для малооборотных двигателей тяжелого типа. При вертикальном расположении цилиндров амплитуды этих моментов (кгс·см) для двух первых порядков:

$$M_{1т} = (G_k + G_n + G_m) R \quad \text{и} \quad M_{2т} = 0,5\lambda (G_n + k_m G_m) R,$$

а их начальные фазы $\psi_{1т} = \psi_{2т} = 0$. Значения символов те же.

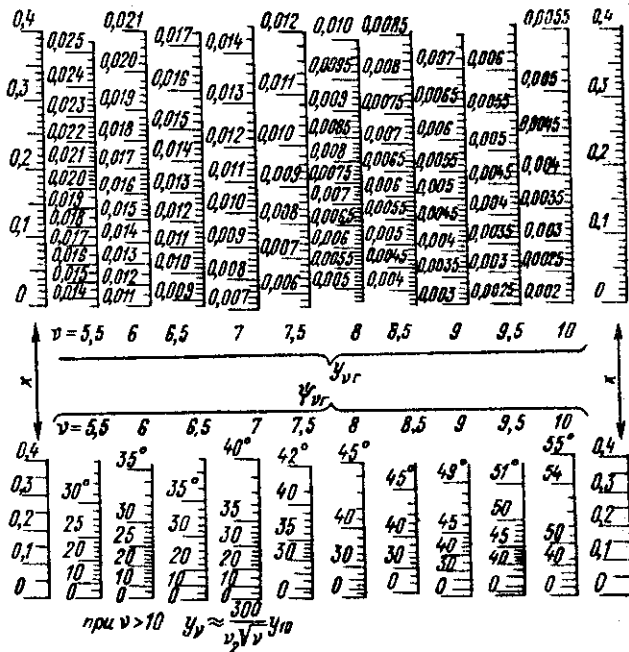


Рис. 6. Амплитуды и начальные фазы гармонических составляющих возмущающего момента от сил газов

По методу В. П. Терских [25] значения c_{vr} и ψ_{vr} определяются по отношению $x = \rho_l/\rho_c$. Для этого по номограмме рис. 6 для заданного порядка v находят y_{vr} и ψ_{vr} . Тогда

$$c_{vr} = \frac{4}{m} \rho_c y_{vr}.$$

Кроме того, гармонические коэффициенты могут быть в первом приближении найдены по заданным значениям ρ_l/ρ_c с помощью эмпирических формул:

Порядки гармонических составляющих возмущающих моментов от сил тяжести и сил инерции не зависят от тактности двигателя, а составляющие от сил газов имеют значения: $v = 1; v = 2; v = 3 \dots$ — для двухтактных двигателей и $v = 1/2; v = 1; v = 1^1/2; v = 2; v = 2^1/2 \dots$ — для четырехтактных.

Метод расчета M_v для многорядных двигателей изложен в работе [25]. В частности, для V-образных двигателей с центральным сцеплением шатунов справедлива формула

$$M_v = 2M'_v \cos(v\xi/2), \quad (16)$$

Таблица 7. К расчету пятимассовой системы (расчет формы колебаний)

1		2		3		4		5
-0,3	1	-0,3	1	-0,3	1	-0,3	1,167	-0,5
	-3,33	-0,429	-1,37	-2,7	-0,333	1,5	0,833	0,5
	-2,33	-0,729	-0,37	-3,0	0,667	1,2	2,000	0,0
1		+0,7		+0,189		-0,378		-0,906
	-0,3		-0,51		-0,567		-0,453	

Таблица 8. К расчету пятимассовой системы (определение возбудителей)

v	2-4-6-8	0,5-2,5-4,5-6,5...						1-3-5...		
y	α_y	ξ	0,5 ξ	sin 0,5 ξ	cos 0,5 ξ	$\alpha_y \sin 0,5\xi$	$\alpha_y \cos 0,5\xi$	sin ξ	cos ξ	$\alpha_y \cos \xi$
1	+1,000	0	0	0	1	0	1	0	1	1
2	+0,700	540	270	-1	0	-0,7	0	0	-1	-0,7
3	+0,189	180	90	+1	0	0,189	0	0	-1	-0,189
4	-0,378	360	180	0	-1	0	0,378	0	1	-0,378
	1,511					-0,511	1,378			-0,267

где M'_v — амплитуда возмущающего момента от одного цилиндра; ξ — угол поворота коленчатого вала, соответствующий интервалу между вспышками в одном отсеке.

В случае соединения поршней с коленом при помощи главного и прицепного шатунов приведенная формула дает точность, достаточную для инженерных расчетов.

Суммарная амплитуда возмущающего момента по двигателю в целом определяется посредством геометрической

суммы безразмерных амплитуд $\sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y$, к которым приложены возмущающие моменты,

$$\sum_{y=1}^z \bar{M}_{vy} = M_v \sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y,$$

где z — номер последней массы двигателя, соответствующий числу кривошипов его вала.

Геометрическая сумма определяется либо графически (построением силового многоугольника), либо (при расчетах на ЭВМ) по формуле

$$\sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y = \sqrt{\left(\sum_{y=1}^z \alpha_y \cos v\xi_{1,y}\right)^2 + \left(\sum_{y=1}^z \alpha_y \sin v\xi_{1,y}\right)^2}. \quad (17)$$

Кроме двигателей внутреннего сгорания источниками возмущающих моментов являются такие потребители их энергии, как гребные винты [25], поршневые насосы, компрессоры и т. п. Амплитуды их возмущающих моментов определяются путем гармонического анализа. Иногда низкочастотные резонансные крутильные колебания возбуждаются вследствие автоколебаний регуляторов дизелей, неточности изготовления зубчатых передач в редукторах и др. Двигатели являются наиболее существенными источниками возмущающих моментов.

Пример 3. Определить геометрическую сумму $\sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y$ безразмерных амплитуд для валопровода дизель-генератора с четырехтактным четырехцилиндровым двигателем для порядков: 1; 3; 5...; 2; 4; 6... и 0,5; 2,5; 4,5... Параметры системы (стойкости масс и податливости участков между ними) указаны в первой строке таблицы В. П. Терских (табл. 7), составленной для $\Delta = 0,3$ с целью определения безразмерных амплитуд.

Вычисление геометрической суммы $\sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y$ выполнено в табл. 8, составленной аналогично табл. 2. В первом столбце этой таблицы записаны номера масс, к которым приложены возмущающие моменты; во втором — безразмерные амплитуды этих масс, перенесенные из табл. 7 (четвертая строка), где производится уточнение $\Delta = 0,3$; в третьем — шестом — начальные фазы возмущающих моментов, приложенных к тем же кривошипам, их синусы и косинусы; в седьмом и восьмом — мнимые и действительные компоненты выражений безразмерных моментов и т. д. для других порядков.

Алгебраическая сумма чисел первого столбца дает $\sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y = 1,511$ для главных порядков. На основании алгебраических сумм чисел седьмого и восьмого столбцов для порядков 0,5; 2,5... находим $\sum_{y=1}^4 \bar{\alpha}_y = \sqrt{0,511^2 + 1,378^2} = 1,467$ и т. д.

9. МОМЕНТЫ СИЛ ТРЕНИЯ

Силы трения (демпфирующие силы) ограничивают развитие резонансных и околорезонансных амплитуд колебаний. На нерезонансные колебания они практически не влияют.

В зависимости от физической природы его возникновения трение может быть: линейным (жидкостным, при порционном скорости колебаний) — в подшипниках скольжения, гребных винтах, роторах электрических машин и др.; постоянным (кулоново трение) — в поршнях кольцах, демпферах сухого трения и др.; конструкционным, возникающим из-за микроперемещений в соединениях валопровода и пр.

В общем случае все перечисленные виды трения одновременно воздействуют на систему в различных сочетаниях, что затрудняет получение приемлемых для практики расчетных зависимостей. Поэтому в инженерных расчетах наибольшее распространение имеет метод, базирующийся на аппроксимации всех видов трения одним видом — линейным, когда работа сил трения на y -й массе за одно колебание

$$W_{\tau y} = \pi b_y \omega A_y^2,$$

где b_y — коэффициент демпфирования; ω — круговая частота, c^{-1} ; A_y — амплитуда колебаний, рад.

При исследовании крутильных колебаний работа сил трения может быть найдена также через удельное трение μ_y или фрикционную стойкость массы H_y^Φ .

Указанные параметры демпфирования связаны между собой зависимостями

$$H_y^\Phi = W_{\tau y} / (\pi A_y^2) = b_y \omega = \mu_y \theta_y \omega^2.$$

Силы трения на участке системы y , $y+1$ обычно оцениваются с помощью удельного трения $\mu_{y, y+1}$, фрикционной податливости участка $e_{y, y+1}^\Phi$ или коэффициента демпфирования $b_{y, y+1}$, которые связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} e_{y, y+1}^\Phi &= \mu_{y, y+1} e_{y, y+1} / (1 + \mu_{y, y+1}^2) \approx \\ &\approx \mu_{y, y+1} e_{y, y+1} = b_{y, y+1} \omega e_{y, y+1}^2. \end{aligned}$$

Отметим, что до настоящего времени еще не существует единой методики расчета демпфирования в системе, обеспечивающей достаточную точность определения резонансных амплитуд. Поэтому здесь приводятся простейшие приближенные зависимости для оценки демпфирующих свойств элементов системы. При этом погрешность может достигать 20—30%.

Известно большое число формул для расчета демпфирования колебаний в двигателях. Большинство отечественных и зарубежных авторов приводит демпфирование к линейному. Например, фирма ФИАТ предлагает формулу

$$H_y^\Phi = H_{\text{КШМ}}^\Phi = k_{\text{КШМ}} (DS)^2 (n_R/n_{\text{ном}})^{1.1} \omega, \quad (18)$$

где $k_{\text{КШМ}} = 0,825 \cdot 10^{-3}$ — для двигателей без крейпкопфа; $k_{\text{КШМ}} = 0,725 \cdot 10^{-3}$ — для двигателей с крейпкопфом. Формулу аналогичного вида рекомендуют В. К. Вильсон, С. Ф. Дорей [1].

Для оценки демпфирования на некоторых массах рекомендуется применять зависимость фрикционной стойкости от среднего крутящего момента $M_{\text{ср}}$ при резонансной частоте вращения

$$H_y^\Phi = k_y M_{\text{ср}} \nu, \quad (19)$$

где k_y — коэффициент, учитывающий особенности источника демпфирования на y -й массе.

При приближенных расчетах допустимо принимать $k_y \approx 3$ — для гребных винтов, $k_y \approx 2$ — для гидротормоза.

Для электрических машин

$$k_y \approx (1 - E_c/E)^{-1} (n/n_{\text{ном}}),$$

где E и E_c — электродвижущая сила генератора и противодействующая сила приемника энергии. При работе на внешнюю сеть $E_c \approx 0$.

Для зубчатых передач (при отсутствии переключений в зазорах шестерен)

$$k_y = (1 - \sqrt{l/\eta_{\text{ном}}}) (n/n_{\text{ном}}),$$

где $\eta_{\text{ном}}$ — к. п. д. одной пары передач; l — число ступеней передач.

Отметим, что по формуле (19) можно оценить удельное трение в КШМ. В этом случае, исходя из формулы (18) (при среднем значении $k_{\text{КШМ}} = 0,795 \cdot 10^{-3}$ и работе двигателя по вращательной характеристике),

$$k_y = 1,26 \cdot 10^3 k_{\text{КШМ}} m C_m^{\text{ном}} / (\rho_e^{\text{ном}} z) \approx m C_m^{\text{ном}} / (\rho_e^{\text{ном}} z),$$

где $m = 2$ для двухтактных и $m = 4$ для четырехтактных двигателей; $C_m^{\text{ном}}$ — средняя номинальная скорость поршня, м/с; $\rho_e^{\text{ном}}$ — среднее номинальное эффективное давление, кгс/см²; z — число цилиндров двигателя.

Кроме того, удельное трение можно выразить через порядок колебаний

$$\mu_y = 1/(r_y \nu), \quad (20)$$

где r_y — коэффициент, учитывающий особенности источника демпфирования, определяемый в общем случае по формуле

$$r_y = n_{\text{ном}}^2 \theta_y / (91,2 k_y M_{\text{ср}}^{\text{ном}}) = \theta_y n^2 \nu / (91,2 H_y^\Phi). \quad (21)$$

С учетом формулы (4) для приближенной оценки демпфирования гребного винта получено $r_y = 2,9$, а с учетом формулы (18) коэффициент r_y для КШМ может оцениваться с помощью зависимости

$$r_y = r_{\text{КШМ}} = 10^{-4} \pi k_0 C_m^{\text{ном}} / k_{\text{КШМ}} \approx 0,4 k_0 C_m^{\text{ном}},$$

где k_0 — коэффициент, учитывающий конструктивные особенности двигателя,

$$k_0 = 10^6 \theta_0 / (D^2 S^3).$$

Значение k_0 изменяется в пределах от 1,5 (для высокооборотных дизелей) до 3 (для малооборотных и среднесоборотных дизелей с массивными противовесами).

Удельное трение в других муфтах с брусками, работающими на изгиб, и в кольцевых муфтах с резиновыми втулками (при $F_{y, y+1} < M_{\text{ср}}$) зависит от твердости резины H по Шору [1]

$$\mu_{y, y+1} = \mu_m = \frac{H - 7}{300}.$$

Для шинных муфт (типа «Вулкан» и др.) ориентировочно принимают

$$e_m^\Phi = \frac{H - 7}{29,7 \cdot 10^6} \frac{0,8 + 1,3d}{d^3},$$

где d — наружный диаметр упругого элемента, м.

Более точные и соответственно более сложные зависимости для расчета параметров демпфирования на участках и массах системы приведены в работах [1; 25 и др.].

10. РАСЧЕТ РЕЗОНАНСНЫХ И НЕРЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Амплитуды колебаний определяются для всех гармонических составляющих возмущающего момента, попадающих в резонанс с частотами одноузловой, двухузловой и реже высшими формами свободных колебаний в диапазоне эксплуатационных режимов двигателя.

При расчетах крутильных колебаний могут быть применены два способа определения резонансных амплитуд t -й массы системы A_t (чаще всего $t = 1$). Первый способ основан на непосредственном применении баланса

работ всех возмущающих моментов и демпфирующих сил за одно колебание. При этом в общем виде

$$A_{iR} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{M_v \sum_{c+1}^z \bar{\alpha}_y}{\sum_1^p H_y^{\Phi} \alpha_y^2 + \frac{1}{\omega^2} \sum_{1,2}^{p-1,p} e_{y,y+1}^{\Phi} \delta_{y,y+1}^2}, \quad (22)$$

где c и p — номера последней массы перед двигателем и последней массы всей системы. Например, для системы, состоящей из дизеля, упругой муфты и гребного винта, имеем (при $t=1$ и $c=0$)

$$A_{iR} = \frac{M_v \sum_{y=1}^z \bar{\alpha}_y}{H_{\text{КШМ}}^{\Phi} \sum_{y=1}^z \alpha_y^2 + \frac{1}{\omega^2} e_{y,y+1}^{\Phi} \delta_{y,y+1}^2 + H_{\text{Г.В.}}^{\Phi} \alpha_{\text{Г.В.}}^2}. \quad (23)$$

Второй способ основывается на замене рассчитываемой системы эквивалентной одномассовой системой с собственной частотой, равной исследуемой резонансной частоте и имеющей такие же значения кинетической энергии и работы возбудителя. В этом случае резонансные амплитуды определяются с помощью так называемых статической амплитуды $A_{ст}$ и коэффициента динамического усиления β_R :

$$A_{iR} = \beta_R A_{ст}; \quad (24)$$

$$A_{ст} = \frac{e_0 M_v \sum_{y=1}^z \alpha_y}{\Delta \sum_{y=1}^p \vartheta_y \alpha_y^2}; \quad (25)$$

$$\beta_R = \frac{\sum_{y=1}^p \vartheta_y \alpha_y^2}{\sum_{y=1}^p \mu_y \vartheta_y \alpha_y^2 + \frac{1}{\Delta} \sum_{1,2}^{p-1,p} \times \times \mu_{y,y+1} E_{y,y+1} \delta_{y,y+1}^2}. \quad (26)$$

Если доминирующими источниками демпфирования в системе являются КШМ, упругая муфта и потребитель энергии, то

$$\beta_R = \frac{\sum_{y=1}^p \vartheta_y \alpha_y^2}{\mu_{\text{КШМ}} \sum_{y=1}^z \alpha_y^2 + \frac{1}{\Delta} \mu_M E_M \delta_M^2 + \mu_p \vartheta_p \alpha_p^2}. \quad (27)$$

В литературе приводятся данные о значениях β_R для различных типов установок и форм колебаний (табл. 9), а также эмпирические формулы. В частности, для моторной формы колебаний (когда $\alpha_p^2 = 0$) можно рекомендовать формулу С. Арчера

$$\beta_R = 3,8 A_{ст}^{-0,25}.$$

В простых установках коэффициент динамического усиления при резонансных колебаниях одноузловой формы можно приближенно оценивать с учетом только двух основных источников демпфирования — двигателя (индекс дв) и потребителя энергии (индекс р). Тогда

Таблица 9. Коэффициент динамического усиления при крутильных колебаниях β_R

Вид установки	Значения β_R		Основной источник демпфирования
	предельные	средние	
МОД с приводом гребного винта	5—15	10	Гребной винт (1-я форма) Двигатель (2-я форма)
То же	30—70	50	
СОД в дизель-редукторных агрегатах и дизель-генераторах	20—50	35	Двигатель
ВОД	15—35	25	»
Двигатель с эффективным демпфером	5—15	10	Демпфер и двигатель

$$\beta_R = \frac{1}{\mu_p} \frac{1 + \frac{\vartheta_{дв}}{\vartheta_p}}{\frac{\mu_{дв}}{\mu_p} + \frac{\vartheta_{дв}}{\vartheta_p}}.$$

Для систем, состоящих только из двигателя и потребителя энергии, разработаны простые приближенные формулы, позволяющие находить статические амплитуды $A_{ст}$ и напряжения $\tau_{ст}$ при колебаниях моторной и валопроводной форм (случай, когда $E_{2,з} > 2E_{1,з}$):

$$A_{ст} = k_{\Phi} c_v z D^2 S e_0 E_{1,з} \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \right)^2;$$

$$\tau_{ст} = 2c_v z \frac{D^3 S}{d^3} \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2},$$

где d — диаметр вала, см; k_{Φ} — коэффициент формы колебаний. Значения k_{Φ} могут быть приняты равными 0,8 и 0,45 для моторной и валопроводной форм соответственно, а значения ϑ_1 , ϑ_2 и $E_{1,з}$ принимаются из п. 6.

Расчет околорезонансных и вынужденных нерезонансных колебаний может быть выполнен по методу В. П. Герских [25] или Л. А. Хака [27] с помощью приведенных в этих работах программ для ЭВМ.

С достаточной для практики точностью амплитуды вынужденных околорезонансных и нерезонансных колебаний можно определять по формуле, рекомендованной в работе [12] и правилах Английского Ллойда,

$$A_{вын} = \frac{A_{ст}}{\sqrt{(1 - n^2/n_R^2)^2 + \beta_R^{-2} (n/n_R)^2}}. \quad (28)$$

После определения A_{iR} амплитуды колебаний A_{yR} (рад), эластических моментов $F_{y,y+1}$ (кгс·см·с²) и напряжений $\tau_{y,y+1}$ (кгс·см⁻²) на любых участках системы находят по формулам:

$$\left. \begin{aligned} A_{yR} &= i_y \alpha_y (A_{iR}/\alpha_i); \\ F_{y,y+1} &= \delta_{y,y+1} (e_{0,y,y+1})^{-1} (A_{iR}/\alpha_i); \\ \tau_{y,y+1} &= F_{y,y+1}/W_{y,y+1}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАПРЕТНЫХ ЗОН

Для оценки допустимости действующих напряжений от крутильных колебаний последние необходимо сравнить с допускаемыми напряжениями $\tau_{доп}$ (кгс·см⁻²), которые рассчитываются по формуле [25]

$$\tau_{\text{доп}} = \tau_1 \beta \epsilon_k k_\tau^{-1} \eta_\tau^{-1} [1 + \alpha (1 + n/n_{\text{ном}})],$$

где τ_1 — предел выносливости стали при кручении, кгс/см²; β — коэффициент упрочнения поверхности обработки ($\beta = 1 \div 1,5$); ϵ_k — коэффициент влияния абсолютных размеров, определяемый в зависимости от диаметра вала d , см,

$$\epsilon_k = 0,48 (3 + \sqrt{d}) / (1 + \sqrt{d});$$

k_τ — эффективный коэффициент концентрации (в среднем $k_\tau \approx 2$); η_τ — условный запас прочности, компенсирующий неточности расчетных формул, неучет в расчетах напряжений изгиба и других факторов ($\eta_\tau = 2$ — для коленчатых и гребных валов и 1,6 — для промежуточных валов); $\alpha = 0,5 \div 0,6$ — коэффициент, учитывающий влияние среднего крутящего момента; n и $n_{\text{ном}}$ — исследуемая и номинальная частоты вращения, об/мин. При быстром проходе через резонансную зону допускается принимать $\tau'_{\text{доп}} = (1,7 \div 2,0) \tau_{\text{доп}}$.

Правила проектирования и постройки морских судов Регистра СССР и других классификационных обществ регламентируют допускаемые напряжения, определяемые по соответствующим формулам или номограммам.

Если действующие резонансные напряжения окажутся превышающими по величине $\tau_{\text{доп}}$, то в рабочем диапазоне частот вращения приходится назначать запретную зону, границы которой определяются по точкам пересечения линии допускаемых напряжений с кривой вынужденных колебаний. Обычно запретную зону несколько (на 2—3% от $n_{\text{ном}}$) расширяют для компенсации погрешностей показаний тахометра.

В любом случае ширина запретной зоны не должна быть меньше определяемой по формуле Регистра СССР

$$\left[1 + \left(\frac{\tau_R}{30\tau_{\text{доп}}} + \frac{n_{\text{ном}}}{50n_R} \right) \right] > \frac{n}{n_R} > \left[1 - \left(\frac{\tau_R}{30\tau_{\text{доп}}} + \frac{n_{\text{ном}}}{50n_R} \right) \right].$$

Допускаемые нагрузки от крутильных колебаний для упругих муфт оцениваются различными методами. Обычно изготовители муфт дают значение предельного динамического крутящего момента.

В некоторых случаях за допускаемую нагрузку принимают напряжения сжатия в резиновых элементах муфты (обычно $\sigma_m = 5 \div 10$ кгс/см²) или их относительную деформацию на сжатие и сдвиг. В последнее время допустимость крутильных колебаний принято оценивать по температуре нагрева резиновых элементов муфт, которая рассчитывается по методике [25] и не должна превышать 70—80° С. Методика расчета допускаемых эластических моментов для зубчатых передач в редукторах дана там же.

Глава V

ОСЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВАЛОПРОВОДОВ

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В общем случае валопровод силового агрегата с поршневым двигателем, включающим коленчатый вал, может быть аппроксимирован пространственной рамной конструкцией. Под действием периодических сил в этой системе возникают весьма сложные колебания, характери-

зующиеся крутильными, осевыми (продольными) и поперечными (изгибными) составляющими. Такие колебания здесь называются пространственными, они еще изучены недостаточно.

В практических расчетах до настоящего времени ограничивались исследованиями каждого отдельного вида колебаний без учета его взаимосвязи с остальными. Расчет изолированно-рассматриваемых (парциальных) колебаний линейных систем при этом обычно обеспечивал достаточно достоверные результаты. Однако в течение последних лет все чаще встречаются случаи, когда амплитуды крутильных и осевых колебаний одновременно достигают значительных величин или когда в одной и той же системе на различных режимах наблюдаются колебания того или иного вида с одинаковыми частотами.

Собственные частоты систем при изолированно-рассматриваемых колебаниях называют парциальными. Парциальные частоты крутильных (n_k) и осевых (n_o) колебаний в некоторых установках близки по величине, а иногда совпадают. Изучение крутильно-осевых (так называемых связанных) колебаний простейших [13, 14] и многомассовых [37] систем показывает, что их собственные частоты ω_1 и ω_2 приближаются к парциальным только в случае, когда последние существенно отличаются друг от друга. Если парциальные частоты близки или совпадают ($n_1 \approx n_2 \approx n$), то в системе наблюдаются связанные свободные колебания с частотами ω_1 и ω_2 , которые могут существенно отличаться.

Поперечные парциальные колебания коленчатых валов обычно имеют собственную частоту, значительно превышающую частоты парциальных крутильных и осевых колебаний, а потому их взаимосвязь с последними обнаруживается весьма редко. Значительно чаще поперечные колебания служат предметом исследования в валопроводах судовых установок и в турбинах. Крутильно-поперечные колебания изучались в работах В. С. Каноненко и др., изгибно-осевые — в работах М. Л. Бурышкина, крутильно-осевые — в работах [13, 14, 22, 23, 34, 36, 37 и др.].

Изолированно-рассматриваемые осевые колебания служили предметом ряда теоретических и экспериментальных [2, 3, 5, 16, 26, 28—31, 38] исследований.

Осевые колебания валопроводов установок с ДВС нередко являются причиной разнообразных аварий и других явлений, вызывающих более или менее тяжелые последствия: поломки коленчатых валов, обрывы нащечных противовесов, разрушение антифрикционного сплава установочных и главных упорных судовых подшипников, разрушение корпусов последних, фреттинг-коррозию наружных поверхностей вкладышей коренных подшипников и конических поверхностей в ступицах гребных винтов. Кроме того, осевые колебания могут вызывать вибрацию корпуса судна и поломки соединительных муфт некоторых типов.

Дифференциальные уравнения, описывающие осевые колебания дискретных систем, не отличаются от уравнений, свойственных крутильным колебаниям, если моменты инерции колеблющихся масс заменить массами ($\theta_y \rightarrow m_y$), крутильные податливости (e_y, e_{y+1}) — осевыми (e_{oz}, e_{z+1}), а вместо угловых перемещений и ускорений дискретных масс рассматривать линейные (последние обозначаются в данной работе теми же символами: φ и $\ddot{\varphi}$). В качестве возбудителей осевых колебаний в расчетах фигурируют не возмущающие моменты M , а возмущающие силы P и т. д. Расчеты изолированно-рассматриваемых осевых и крутильных колебаний при этом выполняются на ЭВМ по одной и той же программе.

Расчет связанных крутильно-осевых колебаний [13, 14, 37] не учитывает возникающих в системе сил инерции, а потому не может объяснить существенного возрастания амплитуд осевых колебаний при резонансах крутильных колебаний.