

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО РЫБОЛОВСТВУ

МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Л.В. ЕФРЕМОВ

ПРАКТИКУМ ПО РАСЧЕТАМ НАДЕЖНОСТИ
СУДОВОЙ ТЕХНИКИ

Часть первая

*Утверждено Ученым советом университета
в качестве учебного пособия
для специальностей 240500 «Эксплуатация судовых
энергетических установок», 240600 «Эксплуатация
электрооборудования и автоматики судов»
и 140200 «Судовые энергетические установки»*

Мурманск
2000

Σ \pm

δ \rightarrow
Find()

γ
dnorm()
ln()

Δ \rightarrow
round()

α \rightarrow
 χ
 $G_{\min}(T)$

Л.В. Ефремов

ПРАКТИКУМ
ПО РАСЧЕТАМ
НАДЕЖНОСТИ
СУДОВОЙ
ТЕХНИКИ

Часть 1

УДК 629.12

ББ 39.45

Е 92

Ефремов Л.В. Практикум по расчетам надежности судовой техники: Учеб. пособие для спец. 240500 «Эксплуатация судовых энергетических установок», 240600 «Эксплуатация электрооборудования и автоматики судов» и 140200 «Судовые энергетические установки». — Мурманск: Изд-во МГТУ, 2000. — 93 с.

Приводятся примеры решения типовых задач по основным разделам теории и практики исследования надежности судовой техники.

Предназначено для практических занятий и выполнения домашних заданий студентами (курсантами) вузов при изучении дисциплин «Управление технической эксплуатацией морского флота», «Надежность и прочность судовых машин и механизмов», «Ремонт судовых машин и механизмов» и др.

Может быть использовано при выполнении научно-исследовательских работ.

Examples of deciding the problems are given in this scholastic on reliability an machines of naves.

Scholastic allowance is intended for practical occupations and performing the home tasks by students (midshipmans) when studying scholastic discipline «Managament to technical usages of sea fleet», «Reliability and toughness of machines and mechanisms of naves», «Repair Machines and mechanisms of naves» and others.

Allowance can be used when performing the research work.

Ил. 29, табл. 25, список лит. — 4 названия.

Рецензенты — кафедра технологии судового машиностроения СП ГМТУ (зав. кафедрой д-р техн. наук профессор В.П. Булатов);
Б. П. Харламов, д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией анализа надежности систем ИПМ РАН

© Мурманский государственный технический университет, 2000

Леонид Владимирович Ефремов
Практикум по расчетам надежности судовой техники

Редактор Т.В. Анисимова
Электронная верстка Е.С. Брылева

ISBN 5-86185-121-2

ВВЕДЕНИЕ

Безопасная и эффективная эксплуатация судов при минимальных затратах на их техническое обслуживание и ремонт может быть обеспечена только на основе оценки надежности судовой техники на всех этапах жизненного цикла судна.

Еще на стадии заключения контракта на строительство нового судна заказчик должен сформулировать требования к количественным показателям надежности основных элементов судна.

В процессе проектирования и строительства судна выполняются необходимые расчетно-экспериментальные исследования и контрольные операции, направленные на обеспечение требуемого уровня надежности.

В гарантийный период эксплуатации судов производится сбор информации об отказах техники, последствия которых должны устраняться изготовителем.

Информацию об отказах целесообразно собирать и обрабатывать соответствующим службам судовладельцев и поставщиков судов и в период эксплуатации с целью своевременного принятия мер по повышению надежности судовой техники.

Особое значение расчеты надежности техники имеют для обоснования нормативов технического обслуживания и ремонта, расхода запасных частей и решения других эксплуатационных задач. В частности, расчетно-экспериментальные исследования приходится выполнять для определения и устранения причин отказов деталей и узлов машин.

Без предварительного анализа надежности техники трудно решить проблему выбора средств и методов технической диагностики.

Из приведенного выше далеко не полного перечня проблем следует вывод об актуальности обучения в вузах основам теории и практики исследования надежности судовой техники.

Вопросы надежности рассматриваются в различных дисциплинах, изучаемых студентами основных направлений и специальностей технического профиля. К таким дисциплинам можно отнести «Основы теории надежности и технической диагностики», «Управление технической эксплуатацией морского флота», «Надежность и прочность судовых машин и механизмов», «Ремонт судовых машин и механизмов» и др.

Особенность изучения надежности техники заключается в использовании для расчета ее показателей ряда законов теории вероятностей и математической статистики.

Настоящее учебное пособие призвано помочь студентам более эффективно осваивать методы расчета надежности на практических занятиях.

В пособии применен оригинальный прием изложения учебного материала на примерах пооперационного решения каждой задачи.

Материалы настоящего пособия могут быть использованы курсантами, студентами и аспирантами при выполнении научно-исследовательских работ.

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

НАЗНАЧЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ ПОСОБИЯ

Идея написания данного пособия возникла под влиянием ряда обстоятельств.

Во-первых, из-за отсутствия необходимой учебно-методической литературы приходилось тратить много времени на подготовку к проведению каждого практического занятия с курсантами МГТУ по этому довольно сложному курсу. В то же время благодаря постоянной работе по совершенствованию методики расчета надежности в компьютере автора накапливались ценные материалы, которые целесообразно было обобщить.

Во-вторых, вопросы надежности изучаются во многих дисциплинах, но отсутствует единый подход к содержанию и методике исследования надежности. Автору представилось целесообразным создать учебное пособие по надежности, базирующееся на общей для отрасли методологии исследования надежности судовой техники [1] – [3].

Учитывая универсальный характер данного пособия, автор включил в него как абстрактные задачи по теоретическим основам математической статистики и теории вероятностей, так и практические задачи по оценке и обеспечению надежности судовых машин и их элементов.

Задачи распределены по темам исходя из принципа «от простого к сложному». По каждой теме даются необходимые пояснения и методические указания, после чего следуют примеры решения типовых задач.

ЧТО НАДО ЗНАТЬ

Для успешного решения приведенных в данном учебном пособии задач студент (курсант) должен знать основы теории вероятностей и математической статистики, основы научных исследований, в частности метод наименьших квадратов.

На старших курсах при изучении практических методов оценки и обеспечения надежности судов студенты, а тем более курсанты, должны иметь представление об устройстве и режимах работы судна и судового оборудования. Так, будущие судовые механики должны знать устройство, режимы работы и организацию технического обслуживания и ремонта судового двигателя внутреннего сгорания.

При изучении методов обеспечения требуемой надежности необходимы знания по курсам «Сопротивление материалов», «Детали машин», «Технология металлов», «Стандартизация» и др.

Перед тем как приступить к решению задач, необходимо изучить соответствующий теоретический материал по данному учебному пособию, лекциям и рекомендуемой литературе.

ЧТО НАДО УМЕТЬ

Прежде всего студент (курсант) должен владеть современными методами вычислений на программируемых калькуляторах. Для решения задач надо знать, например, как с помощью калькулятора можно вычислить статистические показатели — математическое ожидание и среднеквадратичную ошибку.

Желательно, чтобы студент умел применять хотя бы один алгоритмический язык программирования (лучше — Quick Basic или Pascal) и выполнять математические операции в системе электронных таблиц EXCEL и в среде MATHCAD.

Демонстрационные примеры расчета показателей надежности в настоящем пособии составлены с применением специально разработанных алгоритмов в этих математических средах.

ЧТО НАДО ИМЕТЬ

Для практических занятий могут потребоваться:

- тетрадь для решения задач, ручка;
- карандаши, чертежные инструменты, миллиметровая бумага;
- калькулятор с математическими функциями;
- дискета 3,5" для записи собственных программ и решений;
- компьютер (ПЭВМ) с установленными программами OFFICE 97 (WORD и EXCEL), MATHCAD в среде WINDOWS.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Возможны различные варианты контроля преподавателем выполнения заданий — поэтапный контроль по мере их выполнения или проверка решения всех задач в конце семестра.

Как правило, студент получает зачет после выполнения всех заданий, но зачет можно получить раньше. Например, преподаватель может учесть творческую активность и инициативу студента при решении им задач на ПЭВМ.

Оригинальное решение может быть оформлено как научно-исследовательская работа студента с представлением на конкурс или для публикации.

Результаты решения задач рекомендуется включать в отчет о практических занятиях, который оформляется в общей тетради или на дискете.

Отчет должен состоять из разделов, посвященных той или иной теме, включающих решения конкретных задач.

КАК ПОВЫСИТЬ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОСВОЕНИЯ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Данное пособие отличается от других тем, что пооперационное решение каждой задачи показано на конкретном примере (вариант «Демо»), поэтому перед тем как приступить к решению задач своего варианта, целесообразно повторить вычисления для варианта «Демо». Это позволит лучше освоить методику решения каждой задачи.

В заключение отметим, что графики, приведенные в пособии для демонстрационных задач, были построены автоматически в редакторе MATHCAD-8, поэтому рекомендуется не обращать внимания на особенности оформления этих графиков. При построении собственных графиков следует применять стандартные обозначения, характерные для решаемой задачи.

ТЕМА 1. ВЫБОРКИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ

В основе теории вероятностей и математической статистики лежит понятие случайной величины X , которая отличается от неслучайной (детерминированной) тем, что она может принимать непредсказуемые заранее значения, которые, однако, имеют свое математическое ожидание X_0 и меру рассеивания относительно этого математического ожидания. В качестве меры рассеивания используют взаимосвязанные показатели: дисперсию σ^2 , среднеквадратичное отклонение σ и коэффициент вариации V .

На практике случайная величина X реализуется путем получения тем или иным способом выборочной совокупности (далее — выборки) этой величины.

Выборка — это набор чисел, каждое из которых характеризует одно и то же явление или событие. Входящее в выборку число x_i называется *i*-м членом выборки, а общее количество этих чисел N — *объемом выборки*. Выборка имеет наибольшее x_{\max} и наименьшее x_{\min} значения. Разность этих величин называется *размахом выборки*.

При решении задач по надежности может применяться как нецензурированная, так и цензурированная выборка.

Первую из них (нецензурированную), которая имеет наибольшее распространение, можно назвать *простой выборкой*.

Цензурированная выборка используется только при исследовании распределения наработки t (часов, циклов, расстояния и пр.) до возникновения каких-либо событий (отказов или повреждений).

Цензурирование — это регистрация максимальной наработки такого объекта, который еще не отказал.

Следует обратить внимание на то, что в данном пособии в качестве случайной величины используется время t . Это объясняется тем, что при изучении надежности в большинстве случаев используется именно этот измеритель наработки.

В случае исследования выборок других случайных величин могут применяться все рассматриваемые нами формулы и методы. Для этого достаточно заменить во всех формулах обозначение случайной величины t на x (или на любое другое).

При выполнении расчетов показателей надежности выборки можно условно на две группы — малые (при $N < 15 - 20$) и большие (при $N \geq 20$).

Расчеты указанных выше показателей для малых выборок менее трудоемки; для больших выборок приходится применять расчет по сгруппированным данным, для чего требуется построение гистограммы и эмпирического (выборочного) распределения вероятности.

Эмпирическое (выборочное) распределение вероятности обязательно применяют для оценки статистических показателей цензурированной выборки.

Эмпирическое распределение вероятности является наиболее полной характеристикой выборки и представляет собой статистический аналог того или иного теоретического распределения вероятности.

Перечень функций эмпирических и теоретических распределений вероятности, применяемых в теории надежности, дан в табл. 1, где также приведены их обозначения.

Таблица 1

ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

| Распределение | Обозначение | |
|--|---------------|-----------------------------|
| | теоретическое | эмпирическое* |
| Вероятности безотказной работы (за время t)** | $P(t)$ | P_i или P_j |
| Вероятности отказа (за время t)** | $F(t)$ | F_i или F_j |
| Плотности вероятности (за время t) | $f(t)$ | f_i или f_j |
| Интенсивности отказов (за время t) | $\lambda(t)$ | λ_i или λ_j |

*В обозначениях эмпирических показателей индекс i используется при построении распределения по точкам, а индекс j — при построении распределения по интервалам.

**При исследовании показателей долговечности объектов вместо указанных показателей $P(t)$ и $F(t)$ используются аналогичные показатели — вероятность недостижения предельного состояния $\gamma(t)$ и вероятность обнаружения дефекта $\phi(t)$.

В зависимости от объема выборки построение эмпирического распределения может выполняться либо по точкам для каждого i -го отказа (для малых выборок), либо по интервалам наработки для каждого j -го интервала (для больших выборок).

Цель изучения настоящей темы заключается в рассмотрении показателей выборочных совокупностей и способов их определения. Рассматриваются два способа определения статистических характеристик выборок (задачи 1.1 и 1.2) и четыре способа построения эмпирических распределений (задачи 1.2, 1.4 — 1.6). При изучении темы 2 будет рассмотрено еще несколько способов определения характеристик выборок с использованием эмпирических распределений.

ЗАДАЧА 1.1. ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОСТОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

1.1.1. Задание и исходные данные.

Определить свой вариант простой малой выборки наработок до отказа t_i и рассчитать для нее следующие статистические показатели:

- математическое ожидание t_0 ;
- среднеквадратичную ошибку σ_s ;
- коэффициент вариации V ;

— нижнюю и верхнюю доверительные границы t_n и t_g среднего значения.

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формуле

$$t_i = \omega x_i \quad (1)$$

где t_i — i -й член искомой выборки; ω — индекс варианта, определяемый по табл. П. 1 приложения 1; x_i — i -й член варианта выборки случайных чисел X в соответствующем столбце табл. П. 2 приложения 1.

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо» из табл. П. 1 приложения 1 при $\omega = 55$.

1.1.2. Решение задачи с пояснениями.

1.1.2.1. Определяем искомую выборку t_i объемом $N = 14$ по формуле (1) и записываем ее в столбец 3 табл. 2.

1.1.2.2. Выполняем ранжировку выборки путем перестановки ее членов по принципу возрастания (столбец 4 табл. 2).

1.1.2.3. Определяем наименьший (первый) $t_n = 3,135$ и наибольший (последний) $t_g = 192,445$ члены ранжированной выборки.

Таблица 2

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК МАЛОЙ ВЫБОРКИ

| i | Случайные числа X_i | Исходная выборка t_i | Ранжированная выборка t_n | Откорректированная выборка t_i | t_i^2 |
|-----|-----------------------|------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------|
| 1 | 0,893 | 49,115 | 3,135 | 3,135 | 9,83 |
| 2 | 1,692 | 93,06 | 11,66 | 11,66 | 135,96 |
| 3 | 0,494 | 27,17 | 20,02 | 20,02 | 400,80 |
| 4 | 0,809 | 44,495 | 21,175 | 21,175 | 448,38 |
| 5 | 0,364 | 20,02 | 22,935 | 22,935 | 526,01 |
| 6 | 0,212 | 11,66 | 27,17 | 27,17 | 738,21 |
| 7 | 0,786 | 43,23 | 38,555 | 38,555 | 1486,49 |
| 8 | 0,879 | 48,345 | 43,23 | 43,23 | 1868,83 |
| 9 | 0,385 | 21,175 | 44,495 | 44,495 | 1979,81 |
| 10 | 3,499 | 192,445 | 48,345 | 48,345 | 2337,24 |
| 11 | 0,057 | 3,135 | 49,115 | 49,115 | 2412,28 |
| 12 | 0,701 | 38,555 | 63,25 | 63,25 | 4000,56 |
| 13 | 1,150 | 63,25 | 93,06 | 93,06 | 8660,16 |
| 14 | 0,417 | 22,935 | 192,445 | | |
| | Сумма | | | 486,145 | 25004,56 |

1.1.2.4. Производим проверку крайних членов выборки на отсеив по следующей методике.

Для проверки гипотезы о необходимости отбрасывания наименьшего члена выборки рассчитываем коэффициент α_1 по формуле (2):

$$\alpha_1 = \frac{t_2 - t_1}{t_N - t_1} \quad (2)$$

Для проверки гипотезы о необходимости отбрасывания наибольшего члена выборки рассчитываем коэффициент α_N по формуле (3):

$$\alpha_N = \frac{t_N - t_{N-1}}{t_N - t_1} \quad (3)$$

Полученные значения α_1 и α_N необходимо сравнить с коэффициентами 95-процентного и 99-процентного уровней достоверности проверки гипотез (α_{95} и α_{99}), которые можно достаточно точно определить по формулам (4) и (5):

$$\alpha_{95} = \frac{1,3}{\sqrt{N-1}} \quad (4)$$

$$\alpha_{99} = \frac{1,7}{\sqrt{N-1}} \quad (5)$$

Гипотеза подтверждается и проверяемый член исключается из выборки, если α_1 и (или) $\alpha_N > \alpha_{99}$. Гипотеза не подтверждается и проверяемый член не исключается из выборки, если α_1 и (или) $\alpha_N < \alpha_{95}$.

Если значение коэффициента α_1 или α_N находится в интервале между значениями α_{95} и α_{99} , то задача является неопределенной и решается субъективно.

В нашем случае получены следующие результаты расчета указанных выше величин:

$$\alpha_1 = \frac{11,66 - 3,135}{192,445 - 3,135} = 0,045032; \quad \alpha_N = \frac{192,445 - 93,06}{192,445 - 3,135} = 0,524985;$$

$$\alpha_{95} = \frac{1,3}{\sqrt{14-1}} = 0,361; \quad \alpha_{99} = \frac{1,7}{\sqrt{14-1}} = 0,471.$$

Значение $\alpha_N = 0,525 > \alpha_{99} = 0,471$, поэтому принимаем решение о подтверждении гипотезы и необходимости отбрасывания наибольшего (последнего) члена выборки. При этом объем новой выборки $N = N - 1 = 13$.

Полученную выборку записываем в столбец 5 табл. 2, даже если исходная выборка осталась без изменений. В столбец 6 рекомендуется записать значение t_i^2 .

1.1.2.5. Выполняем основные расчетные операции для откорректированной выборки по определению следующих показателей:

– математического ожидания

$$t_s = \frac{\sum_1^N t_i}{N}. \quad (6)$$

Сумму $\sum_1^N t_i$ можно определить путем сложения чисел столбца 5 табл. 5;

– среднеквадратичного отклонения

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_1^N t_i^2 - N t_s^2}{N-1}}. \quad (7)$$

Сумму $\sum_1^N t_i^2$ можно определить путем сложения чисел столбца 6 табл. 5;

– коэффициента вариации

$$V = \frac{1}{t_s} \sqrt{\frac{\sum_1^N t_i^2 - N t_s^2}{N-1}}; \quad (8)$$

– коэффициента δ_s для расчета доверительных границ математического ожидания

$$\delta_s = \frac{V}{\sqrt{N}} K_{st}, \quad (9)$$

где K_{st} – коэффициент, определяемый по распределению Стьюдента для заданной доверительной вероятности β (рекомендуется принимать $\beta = 0,835$) по графику 1 приложения 2.

В нашем случае получаем $K_{st} = 1,079$;
– нижней и верхней доверительных границ

$$\begin{aligned} t_n &= t_s(1 - \delta_s); \\ t_o &= t_s(1 + \delta_s). \end{aligned} \quad (10)$$

1.1.3. Результаты решения задачи.

После подстановки в приведенные выше формулы исходных данных получены следующие результаты:

– заданная и ранжированная выборка объемом $N = 14$, приведенная в столбце 4 табл. 2, после проверки на отсев крайних членов была откорректирована путем отбрасывания последнего члена (столбец 5 табл. 5);

– откорректированная выборка объемом $N = 13$ имеет следующие статистические показатели:

| Размах выборки | От $t_{min} = 3,135$ до $t_{max} = 93,06$ |
|-------------------------------|---|
| Математическое ожидание | $t_s = 37,396$ |
| Среднеквадратичное отклонение | $\sigma_s = 23,848$ |
| Коэффициент вариации | $V = 0,638$ |
| Нижняя доверительная граница | $t_n = 30,256$ |
| Верхняя доверительная граница | $t_o = 44,536$ |

ЗАДАЧА 1.2. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ПРОСТОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

1.2.1. Задание и исходные данные.

Определить эмпирическое распределение вероятности для малой выборки, исследованной в задаче 1.1, построить график этого распределения и определить по нему в первом приближении медианный (т. е. 50-процентный) и 80-процентный ресурсы.

В качестве исходных данных используется выборка столбца 5 табл. 2.

1.2.2. Решение задачи с пояснениями.

1.2.2.1. Составляем таблицу с координатами эмпирического распределения (табл. 3).

Таблица 3

РАСЧЕТ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
ДЛЯ ПРОСТОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

| i | t_i | P_i |
|-----|--------|-------|
| 1 | 3,135 | 0,923 |
| 2 | 11,660 | 0,846 |
| 3 | 20,020 | 0,769 |
| 4 | 21,175 | 0,692 |
| 5 | 22,935 | 0,615 |
| 6 | 27,170 | 0,538 |
| 7 | 38,555 | 0,462 |
| 8 | 43,230 | 0,385 |
| 9 | 44,495 | 0,308 |
| 10 | 48,345 | 0,231 |
| 11 | 49,115 | 0,154 |
| 12 | 63,250 | 0,077 |
| 13 | 93,060 | 0,000 |

В столбец 1 записываем номер члена выборки i , в столбец 2 — члены выборки t_i , в столбец 3 — вероятность безотказной работы P_i , определяемую по формуле

$$P_i = 1 - \frac{i}{N}. \quad (11)$$

Выполняем построение графика (рис. 1) эмпирического распределения вероятности по данным табл. 3.

1.2.2.2. Снимаем с графика (рис. 1) значения наработки при $P_i = 0,50$ и $P_i = 0,80$ и таким образом определяем в первом приближении медианный и 80-процентный ресурсы, которые в нашем случае составили: $t_{50} = 33,65$, $t_{80} = 18,182$.

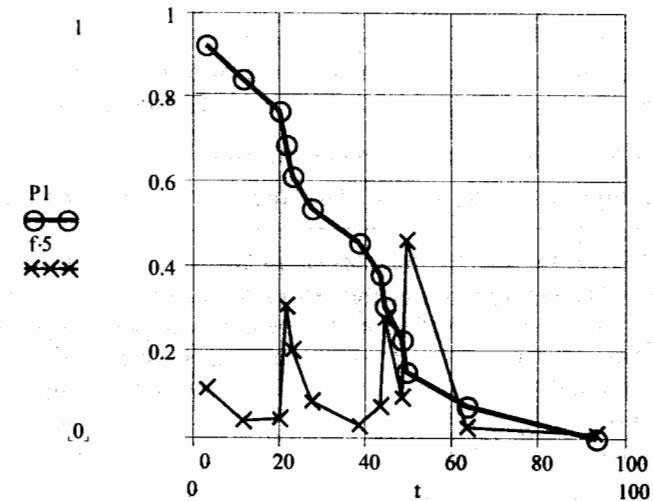


Рис. 1. Эмпирическое распределение вероятности для простой малой выборки

1.2.3. Результаты решения задачи.

В результате решения задачи построен график распределения вероятности для простой малой выборки (рис. 1). С его помощью в первом приближении определены медианный ресурс $t_{50} = 33,65$ и 80-процентный ресурс $t_{80} = 18,182$.

ЗАДАЧА 1.3. ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОСТОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

1.3.1. Задание и исходные данные.

Определить свой вариант большой выборки наработок до отказа t_p , построить для нее гистограмму и определить следующие статистические показатели:

- математическое ожидание t_0 ;
- среднеквадратичную ошибку σ_s ;
- коэффициент вариации V ;
- нижнюю и верхнюю доверительные границы t_n и t_s среднего значения.

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формуле (1) и табл. П. 1 и П. 4 приложения 1.

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо» из приложения 1 (табл. П. 1 и П. 4) при $w = 55$.

1.3.2. Решение задачи с пояснениями.

Заданную выборку случайных чисел записываем в столбец 2 табл. 4.

1.3.2.1. Определяем искомую выборку t_i объемом $N = 24$ по формуле (1), выполняем ее ранжировку путем перестановки членов по принципу возрастания и производим проверку крайних членов выборки на отсев по методике, приведенной в п. 1.1.2.4.

Наименьшее и наибольшее значения членов выборки составляют: $t_1 = 5,913$, $t_N = 119,48$.

Получены следующие результаты:

$$\alpha_1 = \frac{11,68 - 5,913}{119,48 - 5,913} = 0,051; \quad \alpha_N = \frac{119,445 - 93,06}{119,48 - 5,913} = 0,233;$$

$$\alpha_{95} = \frac{1,3}{\sqrt{24-1}} = 0,271; \quad \alpha_{99} = \frac{1,7}{\sqrt{24-1}} = 0,354.$$

На этом основании принимаем решение о неподтверждении гипотезы об отбрасывании крайних членов. При этом объем выборки не изменился: $N = N - 0 = 24$.

Таблица 4

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

| i | Случайные числа x_i | Откорректированная выборка t_i |
|-----|-----------------------|----------------------------------|
| 1 | 0,10751 | 5,913 |
| 2 | 0,21236 | 11,68 |
| 3 | 0,36391 | 20,015 |
| 4 | 0,38502 | 21,176 |
| 5 | 0,44158 | 24,287 |
| 6 | 0,49418 | 27,18 |
| 7 | 0,58464 | 32,155 |
| 8 | 0,71267 | 39,197 |

Окончание табл. 4

| i | Случайные числа x_i | Откорректированная выборка t_i |
|-----|-----------------------|----------------------------------|
| 9 | 0,73222 | 40,272 |
| 10 | 0,78575 | 43,216 |
| 11 | 0,79482 | 43,715 |
| 12 | 0,80880 | 44,484 |
| 13 | 0,87865 | 48,326 |
| 14 | 0,89262 | 49,094 |
| 15 | 1,02418 | 56,33 |
| 16 | 1,09122 | 60,017 |
| 17 | 1,28195 | 70,507 |
| 18 | 1,32211 | 72,716 |
| 19 | 1,33951 | 73,673 |
| 20 | 1,38391 | 76,115 |
| 21 | 1,45875 | 80,231 |
| 22 | 1,54673 | 85,07 |
| 23 | 1,69225 | 93,074 |
| 24 | 2,17236 | 119,48 |

1.3.2.2. Приступаем к построению эмпирического распределения вероятности в табл. 5 в следующем порядке.

Разбиваем ось времени на интервалы, число которых M определяем путем округления до большего целого числа величины $M1$:

$$M1 = 5 \log(N). \quad (12)$$

Ширина интервала может быть определена по следующей формуле (рекомендуется округлить до большей величины):

$$\Delta = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{M}, \quad (13)$$

где t_{\min} — первый член выборки, округленный до меньшего целого значения; t_{\max} — последний член выборки, округленный до большего целого значения. В нашем случае принимаем $M = 7$ и $\Delta = 17$.

Таблица 5

РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

| j | T_{jk} | T_{jn} | T_j | n_j | u_j | q_j | P_j | f_j | Δ_j |
|-----|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 5 | 22 | 13,5 | 4 | 0 | 0 | 0,917 | 0,167 | 0,182 |
| 1 | 22 | 39 | 30,5 | 3 | 3 | 3 | 0,771 | 0,125 | 0,162 |
| 2 | 39 | 56 | 47,5 | 7 | 14 | 28 | 0,563 | 0,292 | 0,519 |
| 3 | 56 | 73 | 64,5 | 4 | 12 | 36 | 0,333 | 0,167 | 0,5 |
| 4 | 73 | 90 | 81,5 | 4 | 16 | 64 | 0,167 | 0,167 | 1 |
| 5 | 90 | 107 | 98,5 | 1 | 5 | 25 | 0,063 | 0,042 | 0,667 |
| 6 | 107 | 124 | 115,5 | 1 | 6 | 36 | 0,021 | 0,042 | 2 |
| | | | Сумма | 29 | 56 | 192 | | | |

Заполняем первые столбцы табл. 5 значениями: j – номер интервала (столбец 1), наработки до начала, конца и середины каждого j -го интервала (столбцы 2, 3 и 4), определяемые по формулам

$$T_{jk} = t_{min} + \Delta j;$$

$$T_{jn} = t_{min} + \Delta j + \Delta;$$

$$T_j = t_{min} + \Delta j + 0,5\Delta.$$
(14)

В столбец 5 записываем n_j – частоту попаданий членов выборки в границы каждого интервала. При совпадении значения члена выборки с границей интервала его относят к верхнему интервалу.

Столбцы 6 и 7 заполняются величинами $u_j = jn_j$ и $q_j = j^2n_j$, необходимыми для дальнейшего расчета искомых параметров.

Определяем суммы значений в столбцах 6 и 7:

$$\sum_0^M u_j = 56 \quad \text{и} \quad \sum_0^M q_j = 192.$$

1.3.2.3. Рассчитываем искомые параметры:

– математическое ожидание

$$t_0 = T_{j=0} + \frac{\Delta}{N} \sum_0^M u_j;$$
(15)

– среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\Delta^2}{N-1} \left(\sum_0^M q_j - \frac{\left(\sum_0^M u_j \right)^2}{N} \right)};$$
(16)

– коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma_s}{t_0}.$$
(17)

Рассчитываем доверительные границы с использованием формул (9) и (10).

1.3.3. Результаты решения задачи.

После подстановки в приведенные выше формулы исходных данных получены следующие результаты:

| Размах выборки | От $t_{min} = 5,913$ до $t_{max} = 119,48$ |
|-------------------------------|--|
| Математическое ожидание | $t_0 = 53,167$ |
| Среднеквадратичное отклонение | $\sigma_s = 27,761$ |
| Коэффициент вариации | $V = 0,522$ |
| Нижняя доверительная граница | $t_n = 47,164$ |
| Верхняя доверительная граница | $t_p = 59,169$ |

ЗАДАЧА 1.4. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ПРОСТОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

1.4.1. Задание и исходные данные.

Определить эмпирическое распределение вероятности для простой большой выборки, исследованной в задаче 1.3, построить график этого распределения и определить по нему в первом приближении медианный (50-процентный) и 80-процентный ресурсы.

В качестве исходных данных используется гистограмма, приведенная в столбцах 1 – 5 табл. 5.

1.4.2. Решение задачи с пояснениями.

1.4.2.1. Данная задача является продолжением предыдущей задачи, при решении которой большая часть процедур по построению эмпирического распределения была выполнена.

В рамках этой задачи необходимо:

- определить вероятность безотказной работы, плотность вероятности и интенсивность отказов для каждого интервала;
- построить график полученных эмпирических распределений;
- определить по графику медианный и 80-процентный ресурсы.

1.4.2.2. Определяем для середины каждого интервала:

- вероятность безотказной работы

$$P_j = \left[1 - \frac{\sum_0^M n_j - 0,5n_j}{N} \right]; \quad (18)$$

- плотность вероятности

$$f_j = \frac{n_j}{\Delta N}; \quad (19)$$

- интенсивность отказов

$$\lambda_j = \frac{f_j}{P_j}. \quad (20)$$

1.4.2.3. Полученные значения записываем в столбцы 8, 9 и 10 табл. 5 и таким образом получаем искомые распределения.

1.4.2.4. Строим график эмпирического распределения (рис. 2).

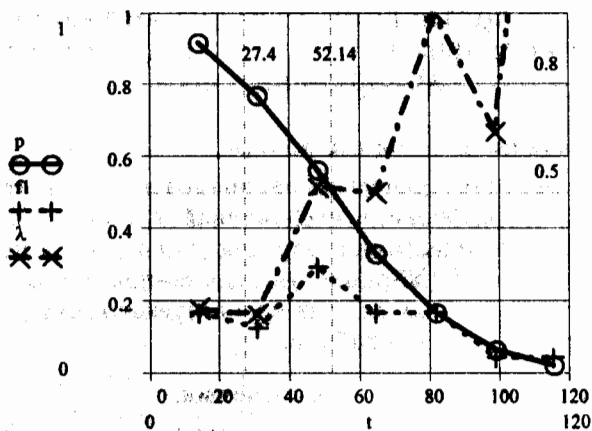


Рис. 2. Эмпирическое распределение вероятности для большой выборки

1.4.2.5. Снимаем с графика значения медианного и 80-процентного ресурсов, которые составили: $T_{50} = 52,14$, $T_{80} = 27,4$.

Точные значения указанных показателей можно рассчитать по теоретическому закону распределения в процессе определения его параметров (см. задачи по теме 2).

1.4.3. Результаты решения задачи.

В результате решения задачи был построен график распределения вероятности (рис. 2) для простой большой выборки (табл. 5) и с его помощью определены (в первом приближении) медианный ресурс $T_{50} = 52,14$ и 80-процентный ресурс $T_{80} = 27,4$.

ЗАДАЧА 1.5. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

1.5.1. Задание и исходные данные.

Определить свой вариант малой цензурированной выборки наработок до отказа t_j , построить для нее эмпирическое распределение вероятности и определить по нему в первом приближении медианный (50-процентный) и 80-процентный ресурсы.

Цензурированная выборка состоит из двух выборок:

- выборки наработок до отказа t_j объемом N_0 ;
- выборки наработок до цензурирования tI_j объемом N_1 .

Вариант выборки, который следует принять в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формуле (1) с использованием таблиц П. 1, П. 2 и П. 3 приложения 1.

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо» из приложения 1 (табл. П. 1) при $w = 55$.

1.5.2. Решение задачи с пояснениями.

1.5.2.1. Определяем выборки наработок до отказа t_j объемом $N = 14$ и до цензурирования tI_j объемом $N1$ по формуле (1) и выполняем их ранжировку путем перестановки членов по принципу возрастания (см. п. 1.1.2.2).

Полученные таким образом исходные выборки сводим в столбцы 2 и 3 табл. 6.

1.5.2.2. Далее следовало бы выполнить проверку на отсев крайних членов выборки наработок до отказа. Однако при решении данной задачи эту трудоемкую операцию можно опустить, поскольку для оценки искомых параметров и определения закона распределения достаточно использовать правую часть эмпирического распределения, автоматически отбросив последний член ($i = 14$).

1.5.2.3. Подсчитываем число цензурированных n_i за время, равное наработке t_i до каждого i -го отказа (столбец 4 табл. 6).

1.5.2.4. Рассчитываем эмпирические распределения вероятности для каждого члена выборки и записываем их в столбцы 5, 6 и 7 табл. 6. При этом используем следующие формулы:

– вероятность безотказной работы

$$P_i = \prod_{j=0}^i \frac{(N + N1) - (i + n_j)}{(N + N1) - (i + n_j) + 1}; \quad (21)$$

– плотность вероятности

$$f_i = \frac{P_{i-1} - P_i}{t_i - t_{i-1}}; \quad (22)$$

– интенсивность отказов (см. формулу (20)).

Таблица 6

**ЭМПИРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ**

| i | t_i | n_i | P_i | f_i | λ_i | |
|-----|--------|---------|-------|--------|-------------|--------|
| 1 | 3,135 | 39,05 | 0 | 0,9474 | 0,0168 | 0,0177 |
| 2 | 11,66 | 97,79 | 0 | 0,8947 | 0,0062 | 0,0069 |
| 3 | 20,02 | 105,27 | 0 | 0,8421 | 0,0063 | 0,0075 |
| 4 | 21,175 | 107,525 | 0 | 0,7895 | 0,0456 | 0,0577 |
| 5 | 22,935 | 110 | 0 | 0,7368 | 0,0299 | 0,0406 |
| 6 | 27,17 | | 0 | 0,6842 | 0,0124 | 0,0182 |
| 7 | 38,555 | | 0 | 0,6316 | 0,0046 | 0,0073 |
| 8 | 43,23 | | 1 | 0,5742 | 0,0123 | 0,0214 |
| 9 | 44,495 | | 1 | 0,5167 | 0,0454 | 0,0878 |
| 10 | 48,345 | | 1 | 0,4593 | 0,0149 | 0,0325 |
| 11 | 49,115 | | 1 | 0,4019 | 0,0746 | 0,1885 |
| 12 | 63,25 | | 1 | 0,3445 | 0,0041 | 0,0118 |
| 13 | 93,06 | | 1 | 0,2871 | 0,0019 | 0,0067 |

1.5.2.5. По данным табл. 6 строим график искомых эмпирических распределений (рис. 3).

1.5.2.6. Снимаем с этого графика значения медианного и 80-процентного ресурсов, которые в нашем случае составили: $T_{50} = 44,776$, $T_{80} = 20,398$.

Точные значения указанных показателей можно рассчитать по теоретическому закону распределения в процессе определения его параметров и статистических показателей выборки (см. задачи по теме 2).

1.5.3. Результаты решения задачи.

В результате решения задачи построен график распределения вероятности для исследуемой выборки (рис. 3) и с его помощью определены ресурсы (в первом приближении) – медианный $T_{50} = 44,776$ и 80-процентный $T_{80} = 20,398$.

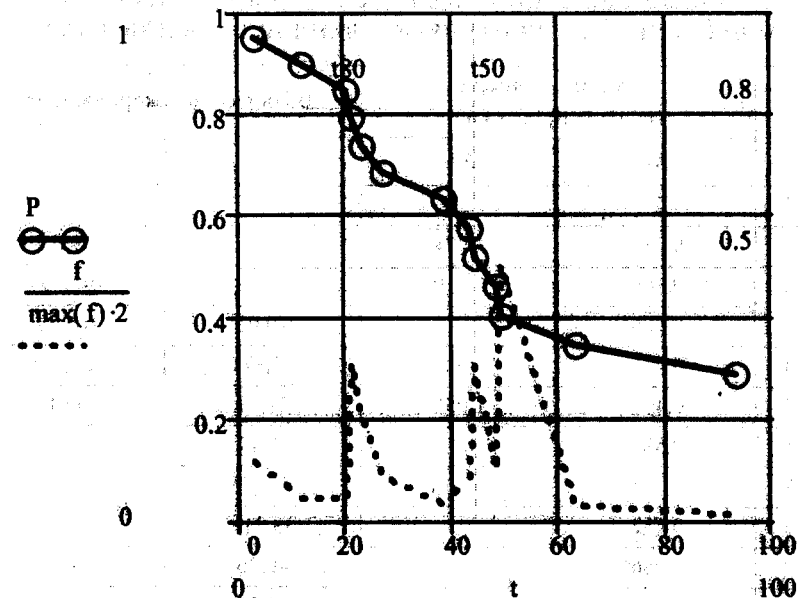


Рис. 3. Эмпирическое распределение вероятности для цензурированной малой выборки

ЗАДАЧА 1.6. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

1.6.1. Задание и исходные данные.

Определить свой вариант цензурированной большой выборки наработок до отказа t_r , построить для нее эмпирическое распределение вероятности и определить по нему в первом приближении медианный (50-процентный) и 80-процентный ресурсы.

Исследуемая цензурированная выборка состоит из двух выборок:

- выборки наработок до отказа t_i объемом N_0 ;
- выборки наработок до цензурирования tI_i объемом N_1 .

Таблица 7

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

| i | Случайные числа (не ранжированные) | | Выборки (ранжированные) | |
|-----|---------------------------------------|--------|-------------------------|---------|
| | X_i | XI_i | t_i | tI_i |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0,212 | 1,778 | 5,885 | 39,05 |
| 2 | 0,364 | 0,710 | 11,66 | 97,79 |
| 3 | 0,385 | 2 | 20,02 | 105,27 |
| 4 | 0,442 | 1,914 | 21,175 | 107,525 |
| 5 | 0,494 | 1,955 | 24,31 | 110 |
| 6 | 0,585 | | 27,17 | |
| 7 | 0,713 | | 32,175 | |
| 8 | 0,732 | | 39,215 | |
| 9 | 0,786 | | 40,26 | |
| 10 | 0,795 | | 43,23 | |
| 11 | 0,809 | | 43,725 | |
| 12 | 0,879 | | 44,495 | |
| 13 | 0,893 | | 48,345 | |

Окончание табл. 7

| i | Случайные числа (не ранжированные) | | Выборки (ранжированные) | |
|-----|---------------------------------------|--------|-------------------------|--------|
| | X_i | XI_i | t_i | tI_i |
| 14 | 1,024 | | 49,115 | |
| 15 | 1,091 | | 56,32 | |
| 16 | 1,282 | | 60,005 | |
| 17 | 1,322 | | 70,51 | |
| 18 | 1,340 | | 72,71 | |
| 19 | 1,384 | | 73,7 | |
| 20 | 1,459 | | 76,12 | |
| 21 | 1,547 | | 80,245 | |
| 22 | 1,692 | | 85,085 | |
| 23 | 2,172 | | 93,06 | |
| 24 | 0,107 | | 119,46 | |

Вариант выборки, который следует принять в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формуле (1) с использованием таблиц П. 1, П. 3 и П. 4 приложения 1.

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо» из приложения 1 (табл. П. 1) при $w = 55$.

1.6.2. Решение задачи с пояснениями.

1.6.2.1. Определяем выборки наработок до отказа t_i объемом $N = 24$ и до цензурирования tI_i объемом $N1 = 5$ по формуле (1), выполняем их ранжировку путем перестановки членов по принципу возрастания (см. п. 1.1.2.2).

Полученные таким образом исходные выборки сводим в столбцы 4 и 5 табл. 7.

В этой и последующих задачах нет необходимости в отбрасывании крайних членов выборки, поскольку этот вопрос решается автоматически при построении эмпирического распределения.

1.6.2.2. Приступаем к построению эмпирического распределения вероятности в табл. 8 в следующем порядке.

1.6.2.3. Разбиваем ось времени на интервалы, число которых M определяем путем округления до большего целого числа величины MI , рассчитанной по формуле (12).

1.6.2.4. Определяем шаг разбиения оси времени путем округления до меньшего целого числа величины, рассчитанной по формуле (13).

Таблица 8

ЭМПИРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

| j | m_j | t_j | n_j | nI_j | P_j | f_j | λ_j |
|-----|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0 | 0 | 16 | 2 | 0 | 0,931 | 0,069 | 0,074 |
| 1 | 16 | 32 | 4 | 0 | 0,793 | 0,138 | 0,174 |
| 2 | 32 | 48 | 6 | 1 | 0,577 | 0,216 | 0,375 |
| 3 | 48 | 64 | 4 | 0 | 0,433 | 0,144 | 0,333 |
| 4 | 64 | 80 | 4 | 0 | 0,288 | 0,144 | 0,5 |
| 5 | 80 | 96 | 3 | 0 | 0,18 | 0,108 | 0,6 |
| 6 | 96 | 112 | 0 | 4 | 0,18 | 0 | 0 |

1.6.2.5. Определяем границы каждого интервала с учетом приведения искомого распределения к концам интервалов. Границы интервалов (нижнюю m_j и верхнюю t_j) записываем в столбцы 2 и 3 табл. 8.

1.6.2.6. Подсчитываем и записываем в столбцы 4 и 5 табл. 8 частоты попадания в каждый интервал членов выборок наработок до отказа n_j и до цензурирования nI_j .

1.6.2.7. Определяем и записываем в столбцы 6, 7 и 8 табл. 8 для верхней границы каждого j -го интервала:

– безразмерную интенсивность отказов

$$\lambda_j = \frac{n_j}{(N + NI) - \sum_{i=0}^j (n_i + nI_i)}; \quad (23)$$

– вероятность безотказной работы

$$P_j = \prod_{i=0}^j \frac{1}{1 + \lambda_i}; \quad (24)$$

– безразмерную плотность вероятности

$$f_j = P_j \lambda_j. \quad (25)$$

1.6.2.8. По данным табл. 8 на рис. 4 строим график искомого эмпирического распределения. Снимаем с этого графика значения $T_{50} = 57,067$ и $T_{80} = 31,467$.

1.6.3. Результаты решения задачи.

С помощью графика (рис. 4) установлено, что медианный ресурс $T_{50} = 57,067$, а 80-процентный ресурс $T_{80} = 31,467$.

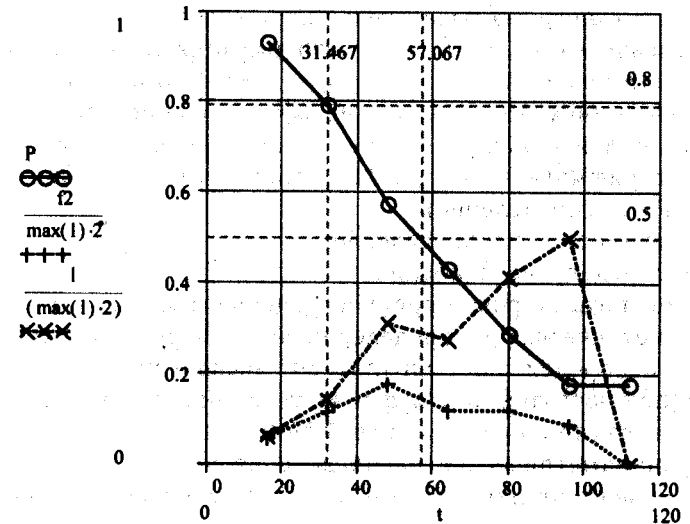


Рис. 4. Эмпирическое распределение для цензурированной большой выборки

ТЕМА 2. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ

Принято считать, что распределения вероятности должны подчиняться одному из известных законов распределения.

Теория вероятностей предлагает много законов распределения, но лишь некоторые из них целесообразно использовать для практических расчетов показателей надежности.

К основным законам, которые используются для непосредственного расчета показателей надежности, можно отнести следующие непрерывные двухпараметрические законы распределения:

- нормальное распределение (распределение Гаусса);
- логарифмически нормальное распределение (далее — логнормальное распределение);
- равномерное распределение;
- распределение Вейбулла.

Кроме того, широкое распространение получили два закона однопараметрических распределений, которые являются частными случаями распределения Вейбулла. Это экспоненциальное распределение (при постоянном коэффициенте вариации $V = 1$) и распределение Релея (при постоянном коэффициенте вариации $V = 0,523$).

Двухпараметрические распределения называются так потому, что зависят от двух параметров — масштаба a и формы b , которые связаны с основными показателями выборки — средним значением x и коэффициентом вариации V .

У однопараметрических распределений имеется только один параметр — масштаба a , а их показатель формы $b = \text{const}$. Для распределения Релея $b = 2$, а для экспоненциального распределения $b = 1$.

В табл. 9 приведены функции указанных распределений от наработки t . В эту таблицу занесена также функция гамма-процентного ресурса $R(\gamma)$, которая является обратной по отношению к основной функции $P(t)$.

Гамма-процентный ресурс относится к важнейшим показателям надежности, его физическая сущность рассматривается в последующих разделах пособия наряду с другими показателями.

К вспомогательным можно отнести законы распределения, которые применяются в процессе оценки некоторых основных показателей, например при обосновании доверительных границ среднего, проверке согласия эмпирического и теоретического распределений и т. д.

Приведем далеко не полный перечень таких распределений: бета-распределение, гамма-распределение, F -распределение Фишера, χ^2 -распределение Пирсона, t -распределение Стьюдента, распределение Пуассона, распределение Коши. С некоторыми из распределений мы будем знакомиться по мере их применения в расчетах.

Основная цель решения задач по данной теме заключается не только в изучении основных однопараметрических и двухпараметрических законов распределений, но и в освоении методов определения их параметров в процессе расчета показателей надежности.

В литературе и нормативных документах по надежности приводится несколько способов определения параметров распределения. В данном пособии рассматриваются два способа.

Первый способ заключается в использовании известных зависимостей между параметрами распределений и статистическими показателями выборки. Этот способ можно применять только для простых выборок (см. задачи 2.1 — 2.5).

Второй способ является более универсальным и базируется на методе наименьших квадратов. При этом в качестве исходных данных используются эмпирические распределения вероятностей для цензурированной или нецензурированной выборки.

ФУНКЦИИ ОСНОВНЫХ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

| Закон распределения | Функция | | | R(γ) |
|---------------------|---|--|--|--|
| | P(t) | f(t) | λ(t) | |
| Нормальный | $1 - \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_0^t \left[\frac{1-t}{2b^2} \right] dt$ | $\frac{1}{ab\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{t-1}{2b^2} \right]^2}$ | $\frac{f(t)}{P(t)}$ | Определяется через квантиль U_γ $a(1 - U_\gamma b)$ |
| Логнормальный | $1 - \frac{1}{\ln a \sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln t} \left[\frac{\ln a}{\ln t} \frac{1}{2b^2} \right] dt$ | $\frac{1}{\ln t b \sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{\ln t - 1}{\ln a} \frac{1}{2b^2} \right]^2}$ | $\frac{f(t)}{P(t)}$ | Определяется через квантиль U_γ $\frac{t}{\ln \frac{1}{a}}$ |
| Вейбулла | $e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^c}$ | $P(t)f(t)$ | $\frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}$ | $a \left(\ln \left(\frac{1}{\gamma_{доп}} \right) \right)^{\frac{1}{b}}$ |
| Равномерный* | $\frac{d-t}{d-c}$ | $\frac{1}{d-c}$ | $\frac{1}{d-t}$ | $d - \gamma_{доп}(d-c)$ |

*В формулах для равномерного распределения применены постоянные c (нижняя граница распределения) и d (верхняя граница распределения), а параметры a и b можно рассчитать по соответствующим формулам.

ФУНКЦИИ ОСНОВНЫХ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

| Закон распределения | Функция | | | R(γ) |
|---------------------|-------------------------------------|------------|-------------------|--|
| | P(t) | f(t) | λ(t) | |
| Экспоненциальный | $e^{-\frac{t}{a}} = e^{-\lambda t}$ | $P(t)f(t)$ | $\frac{1}{a}$ | $a \ln \frac{1}{\gamma_{доп}}$ |
| Релея | $e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^2}$ | $P(t)f(t)$ | $\frac{2}{a^2} t$ | $a \left(\ln \left(\frac{1}{\gamma_{доп}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$ |

ЗАДАЧА 2.1. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ

2.1.1. Задание и исходные данные.

По таблице приложения определить свой вариант заданного математического ожидания выборки $t_s = w$ (например, $t_s = w = 55$). С помощью этой величины определить параметры экспоненциального распределения, вероятность безотказной работы $P(t)$ для $t = 0,35 w$ и гамма-процентный ресурс R_γ для $\gamma = 80\%$.

Построить графики полученного распределения и показать на них результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

2.1.2. Решение задачи с пояснениями.

2.1.2.1. Единственным параметром экспоненциального распределения является показатель масштаба $a = t_s$. В нашем случае $a = t_s = 55$.

2.1.2.2. Определяем функцию интенсивности отказов, которая для экспоненциального распределения определяется по формуле

$$\lambda = \frac{1}{a} = \text{const.} \quad (26)$$

В нашем примере $\lambda = 0,018$.

2.1.2.3. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы

$$P(t) = \exp(-\lambda t). \quad (27)$$

Для $t = 0,35 w = 19,25$ имеем $P(t) = 0,705$.

2.1.2.4. Определяем функцию плотности вероятности по формуле

$$f(t) = \lambda P(t). \quad (28)$$

В нашем случае для $t = 19,25$ имеем $f(t) = 0,013$.

2.1.2.5. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \ln \left[\frac{100}{\gamma} \right]. \quad (29)$$

В нашем случае для $\gamma = 80\%$ имеем $R_\gamma = 12,273$.

2.1.2.6. Строим график полученного экспоненциального распределения (рис. 5).

2.1.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое экспоненциальное распределение имеет параметр $a = 55$ и $\lambda = 0,018$. Для заданного значения $t = 19,25$ получены следующие значения: $P(t) = 0,705$, $f(t) = 0,013$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 12,273$.

График этого закона распределения показан на рис. 5.

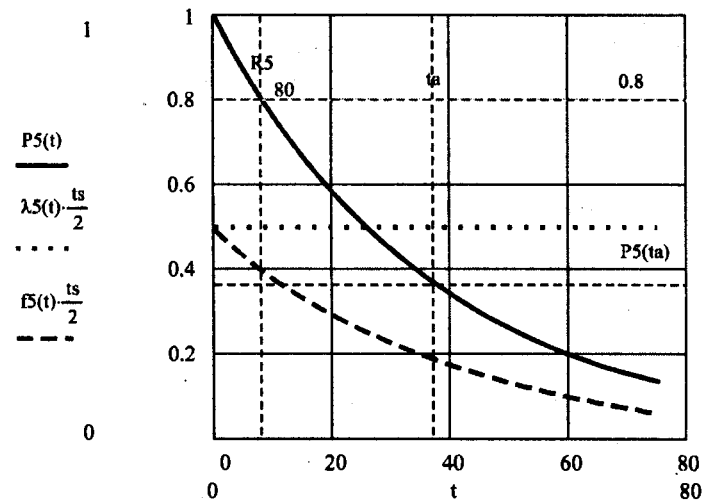


Рис. 5. Экспоненциальное распределение вероятности

ЗАДАЧА 2.2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЕЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ

2.2.1. Задание и исходные данные.

По таблице приложения определить свой вариант заданного математического ожидания выборки $t_s = w$ (например, $t_s = w = 55$).

С помощью этой величины определить параметры распределения Релея, вероятность безотказной работы $P(t)$ при $t = 0,35 w$ и гамма-процентный ресурс R_γ при $\gamma = 80\%$.

Построить график полученного распределения и показать на нем результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

2.2.2. Решение задачи с пояснениями

2.2.2.1. Единственным параметром распределения Релея является показатель масштаба

$$a = \frac{t_s}{k(b)} = 1,129t_s,$$

где коэффициент $k(b)$ определяется по формуле (45) при $b = 2$.

В нашем случае $a = 1,129 t_s = 62,061$.

2.2.2.2. Определяем функцию интенсивности отказов, которая для экспоненциального распределения определяется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{2t}{a^2} = const. \quad (30)$$

В нашем примере для $t = 0,35 w = 19,25$ получено $\lambda(t) = 9,996 \cdot 10^{-3}$.

2.2.2.3. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы

$$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^2\right]. \quad (31)$$

Для $t = 19,25$ имеем $P(t) = 0,908$.

2.2.2.4. Определяем функцию плотности вероятности по формуле

$$f(t) = \lambda(t)P(t). \quad (32)$$

В нашем случае для $t = 19,25$ имеем $f(t) = 9,079 \cdot 10^{-3}$.

2.1.2.5. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \sqrt{\ln\left[\frac{100}{\gamma}\right]}. \quad (33)$$

В нашем случае при $\gamma = 80\%$ имеем $R_\gamma = 29,316$.

2.1.2.6. Строим график полученного распределения Релея (рис. 6) и сравниваем его с графиком экспоненциального распределения (рис. 5).

2.2.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое распределение Релея имеет параметр масштаба $a = 62,061$. Для заданного значения $t = 19,25$ получены следующие значения: $P(t) = 0,908$, $f(t) = 9,079 \cdot 10^{-3}$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 29,316$.

График этого закона распределения показан на рис. 6.

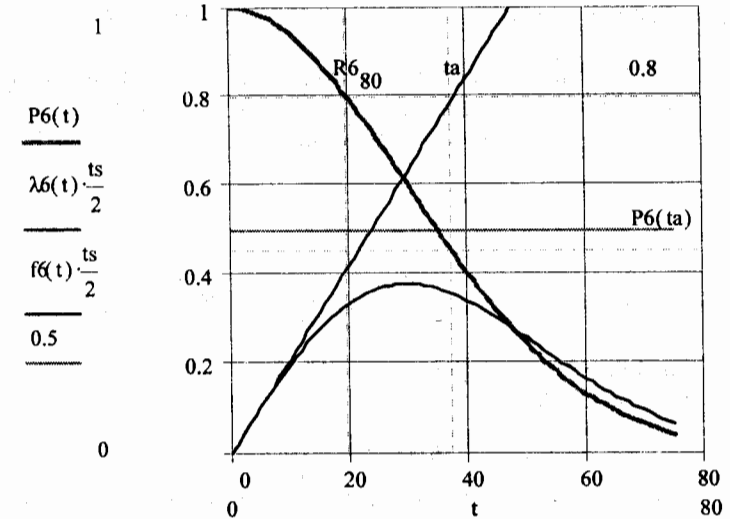


Рис. 6. Распределение Релея

ЗАДАЧА 2.3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ

2.3.1. Задание и исходные данные.

Исходными данными для решения этой задачи являются результаты вычисления математического ожидания и коэффициента вариации, полученные при решении задачи 1.1.

В демонстрационном примере приняты $t_s = 37,4$ и $V = 0,64$.

С помощью этих величин требуется определить параметры нормального распределения, вероятность безотказной работы $P(t)$ для $t = 0,35 t_s$ и гамма-процентный ресурс R_γ при $\gamma = 80\%$.

Построить график полученного распределения и показать на нем результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

На основании рассмотрения полученных графиков выполнить анализ особенностей нормального распределения.

2.3.2. Решение задачи с пояснениями.

2.3.2.1. Нормальное распределение имеет параметр масштаба $a = t_s$ и параметр формы $b = V$. В нашем случае $a = t_s = 37,4$ и $b = V = 0,64$.

2.3.2.2. При расчете нормального распределения функции распределения приходится определять через квантиль $U(t)$. Определяем зависимость квантиля от времени по формуле

$$U(t) = \frac{1 - t}{b}. \quad (34)$$

В нашем примере для $t = 0,35$, $t_s = 13,09$ получено значение $U(t) = 1,016$.

2.3.2.3. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы $P(t)$ с помощью квантиля $U(t)$:

$$P(t) = F(U(t)). \quad (35)$$

В математических средах для этого применяются специальные встроенные функции (например, спогт(u) в среде MATHCAD). При расчетах приходится пользоваться специальными таблицами или графиками. В данном пособии задачу можно решить по графику 2 приложения 2.

В нашем случае для $U(13,09)$ имеем $P(t) = 0,845$.

2.3.2.4. Определяем функцию плотности вероятности по формуле

$$f(t) = \frac{1}{ab\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{U(t)^2}{2}\right)\right]. \quad (36)$$

В нашем случае для $t = 13,09$ имеем $f(t) = 9,951 \cdot 10^{-3}$.

2.3.2.5. Определяем функцию интенсивности отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (37)$$

В данном случае для $t = 13,09$ имеем $\lambda(t) = 0,012$.

2.3.2.6. Определяем гамма процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a(1 - bU_\gamma), \quad (38)$$

где U_γ — квантиль для заданной допустимой вероятности γ , который также можно определить по графику 2 приложения 2.

В нашем случае для $\gamma = 80\%$ имеем $U_\gamma = 0,842$ и соответственно $R_\gamma = 17,255$.

2.3.2.7. Строим графики полученного нормального распределения. Эту операцию также приходится выполнять путем промежуточного расчета квантиля $U(t)$ с последующим определением вероятностей $P(t)$, $f(t)$ и $\lambda(t)$ по рассмотренной выше методике. Полученную таким образом табулированную функцию сводим в табл. 11, которая необходима для построения искомого графика (рис. 7).

Таблица 11

ТАБУЛИРОВАННАЯ ФУНКЦИЯ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| t | $U(t)$ | $P(t)$ | $f(t)$ | $\lambda(t)$ |
|-----|----------|---------|---------|--------------|
| 0 | 1,5625 | 0,94091 | 0,00492 | 0,00523 |
| 5 | 1,35361 | 0,91207 | 0,00667 | 0,00731 |
| 10 | 1,14472 | 0,87384 | 0,00866 | 0,00991 |
| 15 | 0,93583 | 0,82532 | 0,01076 | 0,01303 |
| 20 | 0,72694 | 0,76637 | 0,0128 | 0,0167 |
| 25 | 0,51805 | 0,69779 | 0,01457 | 0,02089 |
| 30 | 0,30916 | 0,6214 | 0,01589 | 0,02557 |
| 35 | 0,10027 | 0,53993 | 0,01658 | 0,03071 |
| 40 | -0,10862 | 0,45675 | 0,01657 | 0,03628 |
| 45 | -0,31751 | 0,37543 | 0,01585 | 0,04221 |
| 50 | -0,5264 | 0,2993 | 0,01451 | 0,04848 |
| 55 | -0,73529 | 0,23108 | 0,01272 | 0,05504 |
| 60 | -0,94418 | 0,17254 | 0,01067 | 0,06186 |
| 65 | -1,15307 | 0,12444 | 0,00857 | 0,06889 |
| 70 | -1,36197 | 0,0866 | 0,00659 | 0,07612 |

2.3.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое распределение имеет параметр масштаба $a = 37,4$ и параметр формы $b = 0,64$. Для заданного значения $t = 13,09$ получены следующие значения: $P(t) = 0,845$, $f(t) = 9,951 \cdot 10^{-3}$ и $\lambda(t) = 0,012$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 17,255$.

График этого закона распределения показан на рис. 7. На этом графике также нанесена кривая эмпирического распределения вероятности для исследуемой выборки.

Изучение графиков позволяет отметить следующие особенности полученного нормального распределения:

— оно является симметричным относительно математического ожидания;

— при нулевой наработке ($t = 0$) вероятность $P(t) < 1$, что в большинстве случаев не согласуется с физической сущностью постепенных отказов. При этом отличие от единицы увеличивается при увеличении параметра b . В рассматриваемом примере $P(0) = 0,941$;

— интенсивность отказов $\lambda(t)$ возрастает при увеличении наработки t ;

— полученная функция плохо согласуется с эмпирическим распределением, хотя проходит вблизи нее.

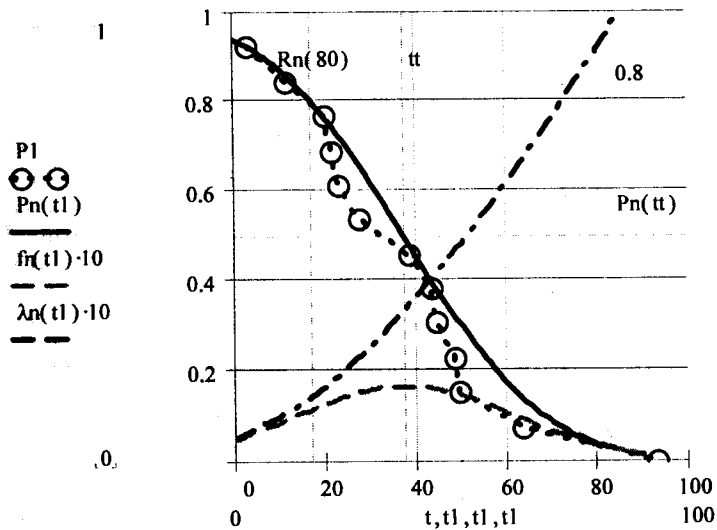


Рис. 7. График нормального распределения вероятности

ЗАДАЧА 2.4. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ

2.4.1. Задание и исходные данные.

Исходными данными для решения этой задачи являются результаты вычисления математического ожидания и коэффициента вариации, полученные при решении задачи 1.1. В демонстрационном примере приняты $t_s = 37,4$ и $V = 0,64$.

С помощью этих величин требуется определить параметры логнормального распределения, вероятность безотказной работы $P(t)$ при $t = 0,35 t_s = 13,09$ и гамма-процентный ресурс R_γ при $\gamma = 80\%$.

Построить график полученного распределения и показать на нем результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

На основании рассмотрения полученного графика выполнить анализ особенностей логнормального распределения.

2.4.2. Решение задачи с пояснениями.

2.4.2.1. Для логнормального распределения параметр формы b и параметр масштаба a определяются по формулам

$$b = \sqrt{\ln(V^2 + 1)}; \quad (39)$$

$$a = t_s \exp\left(-\frac{b^2}{2}\right). \quad (40)$$

В нашем случае после подстановки в эти формулы значений V и t_s получены $a = 31,50$ и $b = 0,586$.

2.4.2.2. При расчете логнормального распределения функции распределения приходится также определять через квантиль $U(t)$. Определяем зависимость квантиля от времени по формуле

$$U(t) = \frac{\ln \frac{a}{t}}{b}. \quad (41)$$

2.4.2.3. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы $P(t)$ с помощью квантиля $U(t)$ по методике п. 2.3.2.3.

В нашем случае для $U(13,09) = 1,499$ имеем $P(t) = 0,933$.

Таблица 12

ТАБУЛИРОВАННАЯ ФУНКЦИЯ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| t | $U(t)$ | $P(t)$ | $f(t)$ | $\lambda(t)$ |
|-----|---------|--------|--------|--------------|
| 5 | 3,1413 | 0,9992 | 0,001 | 0,001 |
| 10 | 1,9583 | 0,9749 | 0,01 | 0,0103 |
| 15 | 1,2663 | 0,8973 | 0,0204 | 0,0227 |
| 20 | 0,7753 | 0,7809 | 0,0252 | 0,0323 |
| 25 | 0,3945 | 0,6534 | 0,0252 | 0,0386 |
| 30 | 0,0833 | 0,5332 | 0,0226 | 0,0424 |
| 35 | -0,1798 | 0,4287 | 0,0191 | 0,0447 |
| 40 | -0,4077 | 0,3418 | 0,0157 | 0,0458 |
| 45 | -0,6087 | 0,2714 | 0,0126 | 0,0463 |
| 50 | -0,7885 | 0,2152 | 0,01 | 0,0464 |
| 55 | -0,9512 | 0,1708 | 0,0079 | 0,0461 |
| 60 | -1,0997 | 0,1357 | 0,0062 | 0,0457 |
| 65 | -1,2363 | 0,1082 | 0,0049 | 0,0451 |
| 70 | -1,3628 | 0,0865 | 0,0038 | 0,0444 |
| 75 | -1,4805 | 0,0694 | 0,003 | 0,0437 |

2.4.2.4. Определяем функцию плотности вероятности по формуле

$$f(t) = \frac{1}{tb\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{U(t)^2}{2}\right)\right]. \quad (42)$$

В нашем случае для $t = 13,09$ имеем $f(t) = 0,0169$.

2.4.2.5. Определяем функцию интенсивности отказов по методике п. 2.3.2.5.

В данном случае для $t = 13,09$ имеем $\lambda(t) = 0,0181$.

2.4.2.6. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \exp(-bU_\gamma), \quad (43)$$

где U_γ — квантиль для заданной допустимой вероятности γ , который также можно определить по графику 2 приложения 2.

В нашем случае для $\gamma = 80\%$ имеем $U_\gamma = 0,842$ и соответственно $R_\gamma = 19,238$.

2.4.2.7. Строим график полученного логнормального распределения. Эту операцию также приходится выполнять путем промежуточного расчета квантиля $U(t)$ с последующим определением вероятностей $P(t)$, $f(t)$ и $\lambda(t)$ по рассмотренной выше методике. Полученную таким

образом табулированную функцию сводим в табл. 12, которая необходима для построения искомого графика (рис. 8).

2.4.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое распределение имеет параметр масштаба $a = 31,501$ и параметр формы $b = 0,586$. Для заданного значения $t = 13,09$ получены следующие значения: $U(13,09) = 1,499$, $P(t) = 0,933$, $f(t) = 0,0169$ и $\lambda(t) = 0,0181$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 19,238$.

График этого закона распределения показан на рис. 8.

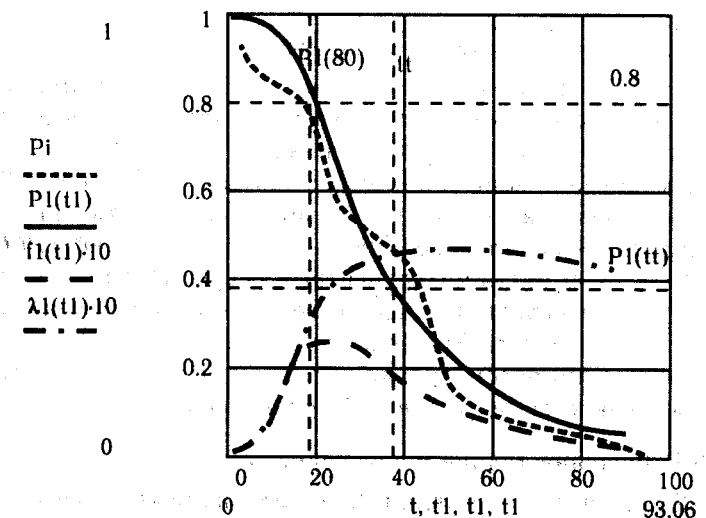


Рис. 8. График логнормального распределения

На этом же рисунке изображен график эмпирического распределения рассматриваемой выборки.

Изучение графиков позволяет отметить следующие особенности полученного логнормального распределения:

- оно не является симметричным относительно математического ожидания и имеет левостороннюю асимметрию;
- при нулевой наработке ($t = 0$) вероятность $P(t) = 1$ при любом коэффициенте вариации. Это лучше отражает физику отказов, чем в случае применения нормального распределения;

– интенсивность отказов $\lambda(t)$ сначала возрастает при увеличении наработки t , а затем, достигнув максимума, несколько снижается и стабилизируется;

– полученная функция плохо согласуется с эмпирическим распределением в его верхней части и нормально – в диапазоне вероятностей от 0,8 до 0,2.

ЗАДАЧА 2.5. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ

2.5.1. Задание и исходные данные.

Исходными данными для решения этой задачи являются результаты вычисления математического ожидания и коэффициента вариации, полученные при решении задачи 1.1.

В демонстрационном примере приняты $t_s = 37,4$ и $V = 0,64$.

С помощью этих величин требуется определить параметры распределения Вейбулла, вероятность безотказной работы $P(t)$ при $t = 0,35t_s = 13,09$ и гамма-процентный ресурс R_γ при $\gamma = 80\%$.

Построить графики полученного распределения и показать на них результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

На основании рассмотрения полученных графиков выполнить анализ особенностей полученного распределения Вейбулла.

2.5.2. Решение задачи с пояснениями.

2.5.2.1. Для распределения Вейбулла параметр формы b определяется с применением гамма-функции $\Gamma(x)$ путем решения обратного уравнения

$$V = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)^2}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)}. \quad (44)$$

Одновременно рассчитывается коэффициент $K(b)$:

$$K(b) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right). \quad (45)$$

Определение гамма-функций можно выполнить в математических средах или по специальным справочным таблицам. При отсутствии таких таблиц параметр b и коэффициент $K(b)$ можно определить по номограммам (см. графики 3 и 4 приложения 2).

Параметр масштаба a рассчитываем по формуле

$$a = \frac{t_s}{K(b)}. \quad (46)$$

В нашем случае для значений V и t_s получены $K(b) = 0,897$, $a = 41,714$ и $b = 1,6$.

2.5.2.2. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы $P(t)$ по формуле

$$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right]. \quad (47)$$

В нашем случае для $t = 13,09$ имеем $P(t) = 0,856$.

2.5.2.3. Определяем функцию интенсивности отказов по формуле

$$\lambda(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}. \quad (48)$$

В данном случае для $t = 13,09$ имеем $\lambda(t) = 0,019$.

Таблица 13

ТАБУЛИРОВАННАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

| t | $P(t)$ | $f(t)$ | $\lambda(t)$ |
|-----|--------|--------|--------------|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0,967 | 0,0104 | 0,0107 |
| 10 | 0,9032 | 0,0147 | 0,0163 |
| 15 | 0,8231 | 0,0171 | 0,0208 |
| 20 | 0,7345 | 0,0181 | 0,0247 |
| 25 | 0,6435 | 0,0182 | 0,0282 |
| 30 | 0,5542 | 0,0174 | 0,0315 |
| 35 | 0,4699 | 0,0162 | 0,0345 |
| 40 | 0,3925 | 0,0147 | 0,0374 |
| 45 | 0,3234 | 0,013 | 0,0401 |
| 50 | 0,2628 | 0,0112 | 0,0428 |
| 55 | 0,2109 | 0,0095 | 0,0453 |

Окончание табл. 13

| t | $P(t)$ | $f(t)$ | $\lambda(t)$ |
|-----|--------|--------|--------------|
| 60 | 0,1672 | 0,008 | 0,0477 |
| 65 | 0,1309 | 0,0066 | 0,05 |
| 70 | 0,1014 | 0,0053 | 0,0523 |
| 75 | 0,0776 | 0,0042 | 0,0545 |

2.5.2.4. Определяем функцию плотности вероятности $f(t)$ по формуле (32).

В нашем случае для $t = 13,09$ имеем $f(t) = 0,016$.

2.5.2.5. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \left(\ln \left(\frac{1}{\gamma} \right) \right)^{\frac{1}{b}}. \quad (49)$$

В нашем случае для $\gamma = 80\%$ имеем $R_\gamma = 16,397$.

2.5.2.6. Строим графики полученного распределения Вейбулла. Эту операцию выполняем по рассмотренной выше методике. Полученную таким образом табулированную функцию сводим в табл. 13, данные которой использовались для построения искомого графика (рис. 9).

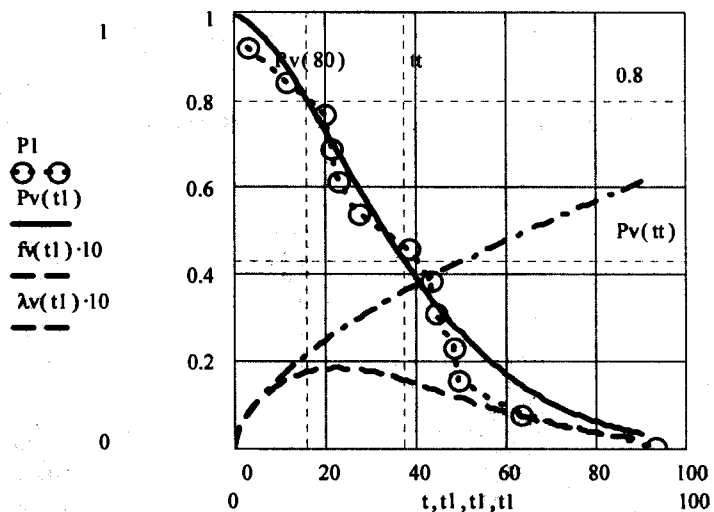


Рис. 9. График распределения Вейбулла

2.5.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое распределение имеет параметр масштаба $a = 41,714$ и параметр формы $b = 1,6$. Для заданного значения $t = 13,09$ получены следующие значения: $P(t) = 0,856$, $f(t) = 0,016$ и $\lambda(t) = 0,019$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 16,397$.

График этого закона распределения показан на рис. 9.

На этом же рисунке показано эмпирическое распределение вероятности для исследуемой выборки.

Изучение графиков позволяет отметить следующие особенности полученного распределения Вейбулла:

- оно не является симметричным относительно математического ожидания и имеет левостороннюю асимметрию;

- при нулевой наработке ($t = 0$) вероятность $P(t) = 1$ при любом коэффициенте вариации. Это хорошо согласуется с физической природой отказов.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$, так же, как и при распределении Релея, возрастает с увеличением наработки t , но с отклонением вниз от прямой линии (поскольку $b < 2$);

- по сравнению с нормальным и логнормальным распределениями полученная функция явно лучше согласуется с эмпирическим распределением.

ЗАДАЧА 2.6. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ

2.6.1. Задание и исходные данные.

Исходными данными для решения этой задачи являются результаты вычисления математического ожидания и коэффициента вариации, полученные при решении задачи 1.1.

В демонстрационном примере приняты $t_s = 37,4$ и $V = 0,64$.

С помощью этих величин требуется определить параметры равномерного распределения, вероятность безотказной работы $P(t)$ при $t = 0,5t_s = 18,7$ и гамма-процентный ресурс R_γ при $\gamma = 80\%$.

Построить графики полученного распределения и показать на них результаты расчета $P(t)$ и R_γ .

На основании рассмотрения полученных графиков выполнить анализ особенностей равномерного распределения.

2.6.2. Решение задачи с пояснениями.

2.6.2.1. Равномерное распределение отличается от рассмотренных выше распределений тем, что оно имеет нижнюю c и верхнюю d границы существования. Это значит, что вероятность $P(t) = 1$ при $t \leq c$, а при $t \geq d$ величина $P(t) = 0$. Поэтому решение задачи начинаем с определения этих параметров по формулам

$$\begin{aligned} c &= t_s(1 - V\sqrt{3}); \\ d &= t_s(1 + V\sqrt{3}). \end{aligned} \quad (50)$$

После подстановки исходных данных получаем $c = -4,058$ и $d = 78,858$.

2.6.2.2. Определяем функцию распределения вероятности безотказной работы $P(t)$:

$$P(t) = \frac{d-t}{d-c}. \quad (51)$$

В нашем случае для $t = 18,7$ имеем $P(t) = 0,726$.

2.6.2.3. Характерной особенностью равномерного распределения является постоянство величины плотности вероятности, которая определяется по формуле

$$f(t) = \frac{1}{d-c}. \quad (52)$$

В нашем случае для $t = 18,7$ имеем $f(t) = 0,012 = \text{const}$.

2.6.2.4. Определяем функцию интенсивности отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1}{d-t}. \quad (53)$$

В данном случае для $t = 18,7$ имеем $\lambda(t) = 0,017$.

2.6.2.4. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = d - (d-c)\gamma. \quad (54)$$

В нашем случае для $\gamma = 80\%$ имеем $R_\gamma = 12,525$.

2.6.2.6. Строим график полученного равномерного распределения по приведенным выше простым формулам (рис. 10).

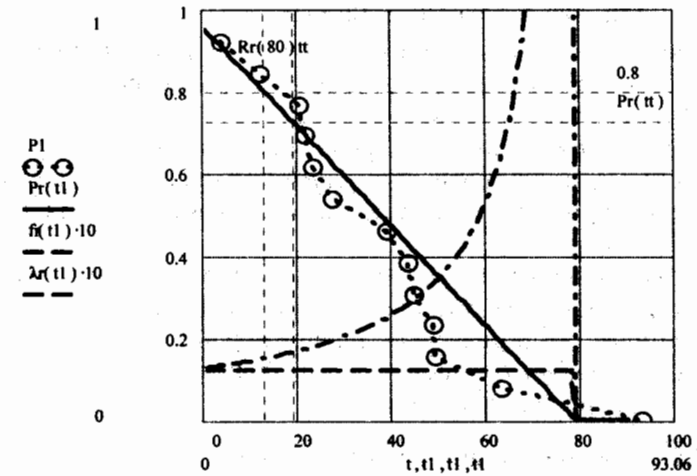


Рис. 10. График равномерного распределения

2.6.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи установлено, что искомое распределение имеет параметры $c = -4,058$ и $d = 78,858$. Для заданного значения $t = 18,7$ имеем $P(t) = 0,726$, $f(t) = 0,012 = \text{const}$ и $\lambda(t) = 0,017$. 80-процентный ресурс составил $R_\gamma = 12,525$.

Изучение графиков на рис. 10 позволяет отметить следующие особенности полученного распределения:

- оно имеет правое и левое усечения и является симметричным относительно математического ожидания;
- плотность вероятности для этого закона – постоянная величина в пределах границ существования;

- при нулевой наработке ($t = 0$) в данном случае вероятность $P(t) < 1$, поскольку коэффициент вариации $V > \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57735027$ и $c < 0$;

- интенсивность отказов $\lambda(t)$ резко возрастает с увеличением наработки t и уходит в бесконечность при $t = d$.

Полученная функция плохо согласуется с эмпирическим распределением.

ЗАДАЧА 2.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

2.7.1. Задание и исходные данные.

В качестве исходных данных для решения этой задачи принимается любое из эмпирических распределений, полученных при решении задач 1.2, 1.4 – 1.6.

В демонстрационном примере использовано эмпирическое распределение, полученное при решении задачи 1.4 «Построение и анализ эмпирического распределения вероятности для простой большой выборки».

Требуется определить параметры распределения Вейбулла и соответствующие ему функции и показатели надежности с помощью заданного эмпирического распределения. Оценить степень согласия полученного теоретического распределения с заданным эмпирическим распределением.

2.7.2. Решение задачи с пояснениями.

2.7.2.1. Эта задача (так же, как и три последующие) решается с применением метода наименьших квадратов и состоит из следующих этапов:

– преобразование (анаморфоза) координат исследуемой эмпирической зависимости с целью ее приведения к линейному виду

$$y = A + Bx, \quad (55)$$

где $x = f(t)$ и $y = f(P)$ – функции анаморфозы; A и B – постоянные уравнения регрессии;

– определение постоянных уравнения регрессии A и B , а также коэффициента корреляции R_{xy} и относительных ошибок δ_x и δ_y методом наименьших квадратов. При этом коэффициент корреляции R_{xy} служит критерием оценки согласия теоретического и эмпирического распределений;

– определение с помощью постоянных A и B параметров теоретического распределения a и b ; получение функций теоретического распределения с последующим определением показателей надежности и построением графиков.

2.7.2.2. В столбцы 3 и 4 табл. 14 заносим результаты преобразования координат для распределения Вейбулла, выполненного по следующим формулам:

$$\begin{aligned} x_j &= \ln(t_j); \\ y_j &= \ln \frac{1}{\ln \frac{1}{P_j}}. \end{aligned} \quad (56)$$

2.7.2.3. В столбцы 5, 6 и 7 этой же таблицы заносим результаты вычисления следующих величин:

$$x_j^2, y_j^2 \text{ и } x_j y_j.$$

После заполнения всех строк таблицы определяем в последней строке следующие суммы в столбцах от второго до седьмого:

$$\sum_1^N x_j, \sum_1^N y_j, \sum_1^N x_j^2, \sum_1^N y_j^2, \sum_1^N x_j y_j.$$

Затем вычисляем вспомогательные величины

$$\begin{aligned} X_{cp} &= \frac{\sum_1^N x_j}{N}; \\ Y_{cp} &= \frac{\sum_1^N y_j}{N}; \\ S_x &= \sum_1^N x_j^2 - N X_{cp}^2; \\ S_y &= \sum_1^N y_j^2 - N Y_{cp}^2; \\ S_{xy} &= \sum_1^N x_j y_j - N X_{cp} Y_{cp}. \end{aligned} \quad (57)$$

В нашем случае имеем $X_{cp} = 3,970$; $Y_{cp} = 0,184$; $S_x = 3,402$; $S_y = 11,063$ и $S_{xy} = -6,099$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА
ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| t_j | P_j | x_j | y_j | x_j^2 | y_j^2 | $x_j y_j$ |
|-------|---------|----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 13,5 | 0,91667 | 2,60269 | 2,44172 | 6,77399 | 5,96198 | 6,35503 |
| 30,5 | 0,77083 | 3,41773 | 1,34599 | 11,68086 | 1,81168 | 4,60021 |
| 47,5 | 0,5625 | 3,86073 | 0,55275 | 14,90523 | 0,30553 | 2,13403 |
| 64,5 | 0,33333 | 4,16667 | -0,09405 | 17,3611 | 0,00884 | -0,39187 |
| 81,5 | 0,16667 | 4,4006 | -0,5832 | 19,36531 | 0,34012 | -2,56642 |
| 98,5 | 0,0625 | 4,59006 | -1,01978 | 21,06862 | 1,03995 | -4,68085 |
| 115,5 | 0,02083 | 4,74927 | -1,35356 | 22,55557 | 1,83214 | -6,42845 |
| Сумма | | 27,78774 | 1,28986 | 113,71068 | 11,30025 | -0,97832 |

2.7.2.4. Эти значения позволили рассчитать коэффициент корреляции R_{xy} , относительные ошибки δ_y и δ_x , а также постоянные B и A по формулам

$$R_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x S_y}};$$

$$\delta_y = \sqrt{\frac{(1 - r_{xy}^2) S_y}{N - 1}}; \quad \delta_x = \sqrt{\frac{(1 - r_{xy}^2) S_x}{N - 1}};$$

$$B = R_{xy} \sqrt{\frac{S_y}{S_x R_{xy}^2}};$$

$$A = Y_{cp} - B X_{cp}. \quad (58)$$

В нашем случае получены следующие значения: $R_{xy} = -0,994$, $B = -1,803$ и $A = 7,342$.

2.7.2.5. Определяем параметры формы b и масштаба a распределения Вейбулла по формулам

$$b = -B$$

$$a = \exp\left(-\frac{A}{B}\right). \quad (59)$$

Получены следующие значения: $b = 1,803$ и $a = 58,666$.

2.7.2.6. Определяем коэффициент вариации V по формуле (44) и коэффициент $K(b)$ по формуле (45), а также математическое ожидание t_s по формуле

$$t_s = aK(b). \quad (60)$$

Значения $K(b)$ и V можно также определить по графикам 3 и 4 приложения 2.

В нашем случае $K(b) = 0,889$, $V = 0,574$ и $t_s = 52,167$.

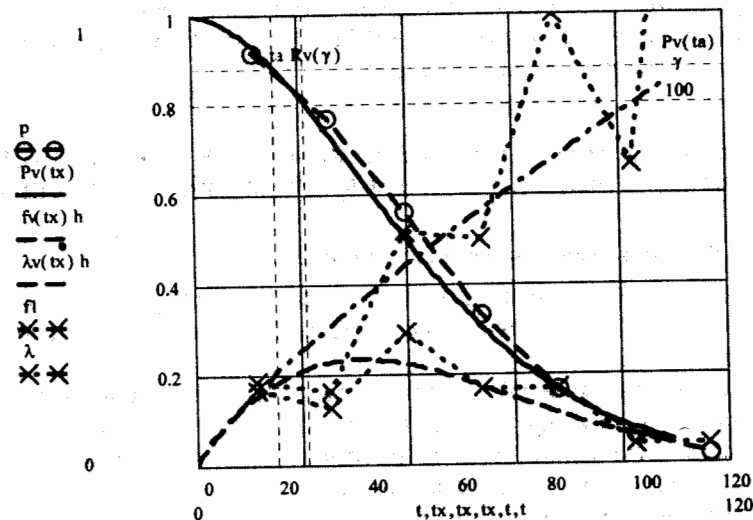


Рис. 11. Определение распределения Вейбулла по эмпирическому распределению

2.7.2.7. Таким образом, по формулам (47) – (49) получены параметры искомого распределения Вейбулла.

Эти формулы использованы для построения графика искомых функций на рис. 11 и определения вероятности безотказной работы $P(t) = 0,882$ при заданной наработке $t = 18,608$ и гамма-процентного ресурса $R_\gamma = 25,535$ при $\gamma = 80\%$.

2.7.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи с применением метода наименьших квадратов установлено:

— искомое теоретическое распределение имеет параметр масштаба $a = 56,666$ и параметр формы $b = 1,803$, что соответствует математическому ожиданию $t_s = 52,167$ и коэффициенту вариации $0,574$. При этом наблюдается хорошее согласие распределения Вейбулла с эмпирическим распределением при коэффициенте корреляции $R_{xy} = -0,994$;

— вероятность безотказной работы $P(t) = 0,845$ при заданной наработке $t = 18,608$, а гамма-процентный ресурс $R_\gamma = 25,535$ при $\gamma = 80\%$.

График этого закона распределения и исходное эмпирическое распределение построены на рис. 11, который иллюстрирует хорошее согласие этих распределений.

ЗАДАЧА 2.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

2.8.1. Задание и исходные данные.

В качестве исходных данных для решения этой задачи принимается то же эмпирическое распределение, что и в предыдущей задаче.

Требуется определить параметры нормального распределения и соответствующие ему функции и показатели надежности с помощью заданного эмпирического распределения, оценить степень согласия полученного теоретического распределения с заданным эмпирическим распределением.

2.8.2. Решение задачи с пояснениями.

2.8.2.1. Эта задача решается по форме табл. 14 с применением метода наименьших квадратов и состоит из этапов, приведенных в п. 2.7.2.1.

2.8.2.2. Преобразование координат для нормального распределения производим по формулам

$$\begin{aligned} x_j &= t_j; \\ y_j &= U(P_j) \end{aligned} \quad (61)$$

где $U(P_j)$ — квантиль нормального распределения, который можно определить по номограммам (см. график 2 приложения 2).

Полученные значения x_j и y_j записываем в столбцы 3 и 4 таблицы, которая имеет форму табл. 14.

В столбцы 5, 6 и 7 этой же таблицы заносим результаты вычисления величин x_j^2 , y_j^2 и $x_j y_j$, а затем определяем суммы $\sum_1^N x_j$, $\sum_1^N y_j$, $\sum_1^N x_j^2$, $\sum_1^N y_j^2$, $\sum_1^N x_j y_j$ и вспомогательные величины X_{cp} , Y_{cp} , S_x , S_y и S_{xy} по формулам (57).

2.8.2.3. Эти значения позволили рассчитать коэффициент корреляции R_{xy} , и постоянные B и A по формулам (58).

В нашем случае получены следующие значения: $R_{xy} = -0,999$, $B = -0,033$ и $A = 1,777$.

2.8.2.4. Определяем искомые параметры формы b и масштаба a нормального распределения по формулам

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{A}; \\ a &= -\frac{A}{B}. \end{aligned} \quad (62)$$

Получены следующие значения: $b = 0,563$, $a = 53,04$.

2.8.2.5. Определяем коэффициент вариации $V = b$ и математическое ожидание $t_s = a$.

В нашем случае $V = 0,563$ и $t_s = 53,04$, что незначительно отличается от значений $V = 0,574$ и $t_s = 52,167$, полученных для распределения Вейбулла в предыдущей задаче.

2.8.2.6. Таким образом, по формулам (34) — (37) получены параметры искомого нормального распределения.

2.8.2.7. Эти формулы использовались для построения приведенного ниже графика искомого функций и определения вероятности безотказной работы $P(t) = 0,876$ при заданной наработке $t = 18,608$ и гамма-процентного ресурса $R_\gamma = 27,914$ при $\gamma = 80\%$.

2 8.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи с применением метода наименьших квадратов установлено, что искомое теоретическое распределение имеет параметр масштаба $a = 53,04$ и параметр формы $b = 0,563$, что соответствует математическому ожиданию $t_s = 53,04$ и коэффициенту вариации $V = 0,563$. При этом наблюдается практически полное совпадение полученного нормального распределения с эмпирическим распределением, о чем можно судить по коэффициенту корреляции $R_{xy} = -0,999$ и теоретической кривой, которая проходит через точки эмпирического распределения на рис. 12.

Вероятность безотказной работы $P(t) = 0,876$ при заданной наработке $t = 18,608$ и гамма-процентный ресурс $R_\gamma = 27,914$ при $\gamma = 80\%$.

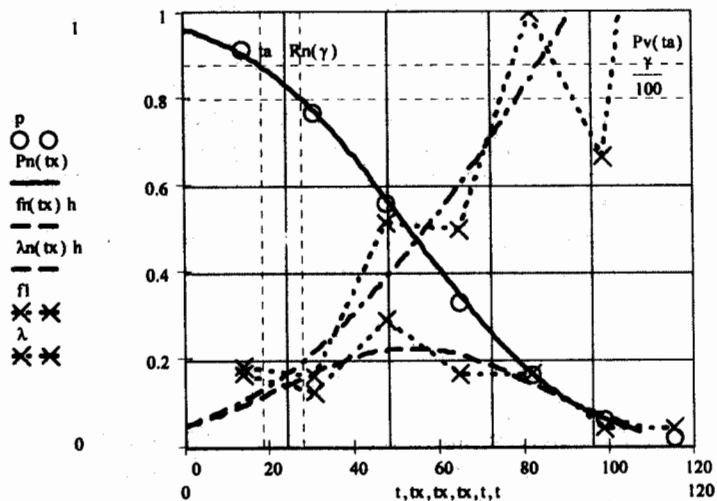


Рис. 12. Определение нормального распределения по эмпирическому распределению

ЗАДАЧА 2.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

2.9.1. Задание и исходные данные.

В качестве исходных данных для решения этой задачи принимается то же эмпирическое распределение, что и в предыдущей задаче.

Требуется определить параметры логнормального распределения и соответствующие ему функции и показатели надежности с помощью заданного эмпирического распределения, оценить степень согласия полученного теоретического распределения с заданным эмпирическим распределением.

2.9.2. Решение задачи с пояснениями.

2.9.2.1. Эта задача решается по форме табл. 14 с применением метода наименьших квадратов и состоит из этапов, приведенных в п. 2.7.2.1.

2.9.2.2. Преобразование координат для логнормального распределения производим по формулам

$$\begin{aligned} x_j &= \ln(t_j); \\ y_j &= U(P_j), \end{aligned} \quad (63)$$

где $U(P_j)$ – квантиль нормального распределения, который можно определить по номограммам (см. график 2 приложения 2).

Полученные значения x_j и y_j записываем в столбцы 3 и 4 таблицы, которая имеет форму табл. 14.

В столбцы 5, 6 и 7 этой же таблицы заносим результаты вычисления величин x_j^2 , y_j^2 и $x_j y_j$, а затем определяем суммы $\sum x_j$, $\sum y_j$, $\sum x_j^2$, $\sum y_j^2$, $\sum x_j y_j$ и вспомогательные величины X_{cp} , Y_{cp} , S_x , S_y и S_{xy} по формулам (57).

2.9.2.3. Эти значения позволили рассчитать коэффициент корреляции R_{xy} и постоянные B и A по формулам (58).

В нашем случае получены следующие значения: $R_{xy} = -0,964$, $B = -1,634$ и $A = 6,101$.

2.9.2.4. Определяем искомые параметры формы b и масштаба a логнормального распределения по формулам

$$\begin{aligned} b &= -\frac{1}{B}; \\ a &= \exp\left(-\frac{A}{B}\right). \end{aligned} \quad (64)$$

Получены следующие значения: $b = 0,612$, $a = 41,875$.

2.9.2.5. Определяем коэффициент вариации V и математическое ожидание t_s по формулам

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\exp(b^2) - 1}; \\ t_s &= a \exp\left(\frac{b^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (65)$$

В нашем случае $V = 0,674$ и $t_s = 50,504$, что заметно отличается от значений $V = 0,563$ и $t_s = 53,04$, полученных для нормального распределения в предыдущей задаче.

2.9.2.6. Таким образом, по формулам (41) – (43) получены параметры логнормального распределения.

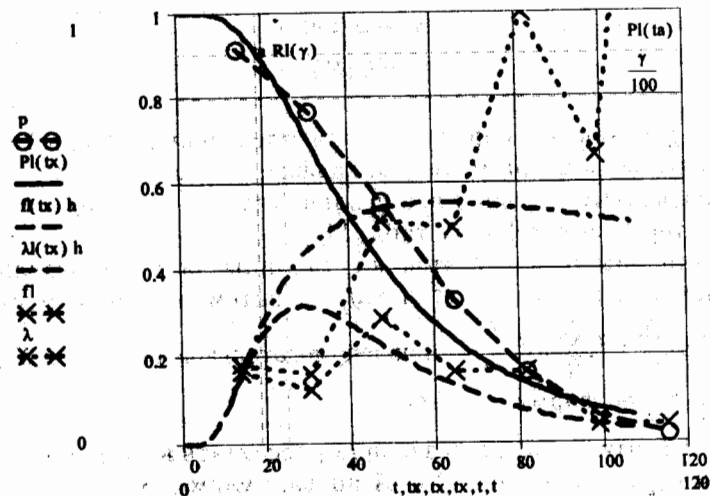


Рис. 13. Определение логнормального распределения по эмпирическому распределению

2.9.2.7. Эти формулы использовались для построения приведенного выше графика искомых функций и определения вероятности безотказной работы $P(t) = 0,907$ при заданной наработке $t = 18,608$ и гамма-процентного ресурса $R_\gamma = 25,015$ при $\gamma = 80\%$.

2.9.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи с применением метода наименьших квадратов установлено, что искомое теоретическое распределение имеет параметр масштаба $a = 41,875$ и параметр формы $b = 0,612$, что соответствует математическому ожиданию $t_s = 50,504$ и коэффициенту вариации $V = 0,674$. При этом наблюдается относительно низкое согласие полученного логнормального распределения с эмпирическим распределением, о чем можно судить по коэффициенту корреляции $R_{xy} = -0,964$ и заметному отклонению теоретической кривой от опытных точек на рис. 13.

Вероятность безотказной работы $P(t) = 0,907$ при заданной наработке $t = 18,608$, а гамма-процентный ресурс $R_\gamma = 25,015$ при $\gamma = 80\%$.

ЗАДАЧА 2.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ

2.10.1. Задание и исходные данные.

В качестве исходных данных для решения этой задачи принимается то же эмпирическое распределение, что и в предыдущей задаче.

Требуется определить параметры равномерного распределения и соответствующие ему функции и показатели надежности с помощью заданного эмпирического распределения, оценить степень согласия полученного теоретического распределения с заданным эмпирическим распределением.

2.10.2. Решение задачи с пояснениями.

2.10.2.1. Эта задача решается по форме табл. 14 с применением метода наименьших квадратов и состоит из этапов, приведенных в п. 2.7.2.1.

2.10.2.2. Преобразования координат для равномерного распределения не требуется, поскольку $x_j = t_j$ и $y_j = P_j$.

Полученные значения x_j и y_j записываем в столбцы 3 и 4 таблицы, которая имеет форму табл. 14.

В столбцы 5, 6 и 7 этой же таблицы заносим результаты вычисления величин x_j^2 , y_j^2 и $x_j y_j$, а затем определяем суммы

$\sum x_j$, $\sum y_j$, $\sum x_j^2$, $\sum y_j^2$, $\sum x_j y_j$ и вспомогательные величины X_{cp} , Y_{cp} , S_x , S_y и S_{xy} по формулам (57).

2.10.2.3. Эти значения позволили рассчитать коэффициент корреляции R_{xy} и постоянные B и A по формулам (58).

В нашем случае получены следующие значения: $R_{xy} = -0,984$, $B = -0,0096$ и $A = 1,025$.

2.10.2.4. Определяем искомые параметры. Как было показано выше, при равномерном распределении к таким параметрам относятся нижняя c и верхняя d границы распределения, которые рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} d &= -\frac{A}{B}; \\ c &= d - \frac{d}{A}. \end{aligned} \quad (66)$$

Получены $c = 2,559$ и $d = 106,62$.

2.10.2.5. Определяем коэффициент вариации V и математическое ожидание t_s по следующим формулам:

$$V = \frac{c-d}{\sqrt{3(d+c)}}; \quad (67)$$

$$t_s = \frac{c+d}{2}.$$

В нашем случае $V = 0,550$ и $t_s = 54,589$, что мало отличается от значений $V = 0,563$ и $t_s = 53,04$, полученных в случае нормального распределения.

Таким образом, по формулам (51) – (54) рассчитаны параметры искомого равномерного распределения.

2.10.2.6. Эти формулы использовались для построения на рис. 14 графика искомых функций и определения вероятности безотказной работы $P(t) = 0,846$ при заданной наработке $t = 18,608$ и гамма-процентного ресурса $R_\gamma = 23,371$ при $\gamma = 80\%$.

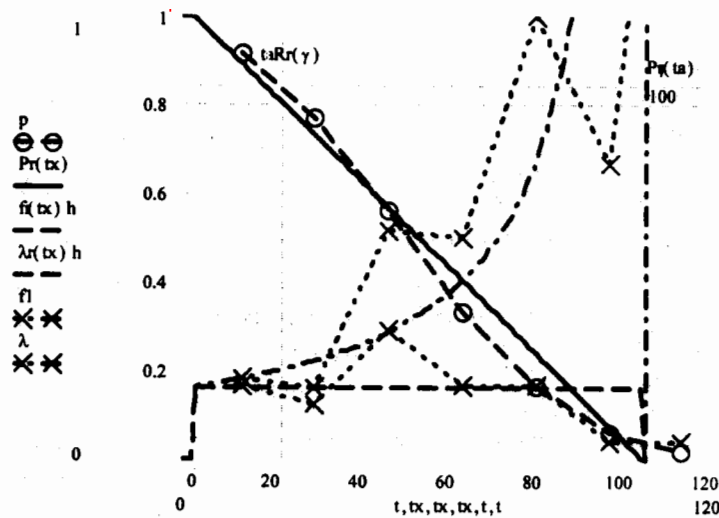


Рис. 14. Определение равномерного распределения по эмпирическому распределению

2.10.3. Результаты решения задачи.

В процессе решения задачи с применением метода наименьших квадратов установлено, что искомое теоретическое распределение имеет параметры $c = 2,559$ и $d = 106,62$. Это соответствует математическому ожиданию $t_s = 54,589$ и коэффициенту вариации $V = 0,550$. Наблюдается удовлетворительное согласие полученного равномерного распределения с эмпирическим распределением, о чем можно судить по коэффициенту корреляции $R_{xy} = -0,984$. Однако при этих же исходных данных нормальное распределение имеет более высокое согласие с эмпирическим распределением, так как $R_{xy} = -0,999$.

Вероятность безотказной работы $P(t) = 0,846$ при наработке $t = 18,608$, а гамма-процентный ресурс $R_\gamma = 23,371$ при $\gamma = 80\%$.

ТЕМА 3. МОДЕЛИ ПОВРЕЖДЕНИЙ

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ

При изучении темы 3 рассматриваются задачи по оценке и обеспечению показателей долговечности деталей и узлов машин. К таким показателям относятся гамма-процентный ресурс, вероятность обнаружения дефекта, запас надежности, запас долговечности и др. Умение решать такие задачи имеет большое практическое значение. Оно необходимо при разработке нормативов ремонта машин, оценке эффективности мер по повышению надежности, проектировании новых машин, а также при их диагностировании во время эксплуатации.

В отличие от двух предыдущих тем здесь ресурсы определяются с учетом физической природы деградиационного процесса с помощью так называемых «моделей повреждений».

В основе любой модели повреждения лежит понятие ресурса. Ресурс — это наработка от начала эксплуатации до достижения предельного состояния. Поэтому ресурс можно определить по точке пересечения кривой изменения технического состояния объекта с линией его предельного состояния. При этом необходимо учитывать рассеивание исследуемых параметров.

Исходные данные для решения задач по данной теме получают на основании проведения экспериментальных исследований или путем сбора информации об износах деталей машин.

Основным методом обработки информации является метод наименьших квадратов.

При решении приведенных ниже задач рекомендуется использовать следующие допустимые значения вероятности недостижения предельного состояния $\gamma_{доп}$ (табл. 15).

Таблица 15

**ДОПУСТИМЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ НЕДОСТИЖЕНИЯ
ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ**

| Вид повреждения | Допустимые значения $\gamma_{доп}$, % | |
|---|--|---------------|
| | Диапазон | Рекомендуемое |
| Усталостные трещины (волосяные) | 0,9 – 0,97 | 0,95 |
| Усталостные трещины (полонка) | 0,99 – 0,999 | 0,995 |
| Усталостные разрушения поверхности (питинг, выкрашивание и пр.) | 0,85 – 0,95 | 0,90 |
| Кавитация, эрозия, коррозия | 0,80 – 0,90 | 0,85 |
| Изнашивание | 0,75 – 0,85 | 0,80 |
| Повреждения при демонтаже и другие не опасные повреждения | 0,4 – 0,6 | 0,50 |

**ЗАДАЧА 3.1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ДЕТАЛИ
ПРИ УСТАЛОСТНОЙ МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ**

3.3.1. Задание и исходные данные.

Определить характеристику усталостного разрушения $G(t)$, а также медианный R_{50} , средний R_{cp} и γ -процентный R_γ ресурсы элемента машины при действующей на него эквивалентной переменной нагрузке с амплитудой g_r .

Характеристика усталостного разрушения задается функцией степенного вида

$$G(t) = \frac{C}{t^m}, \quad (68)$$

где t – наработка (или число циклов) до разрушения; C и m – постоянный коэффициент и показатель степени кривой усталости (параметры характеристики усталостного разрушения).

Параметры C и m определяются путем статистической обработки результатов испытаний образцов деталей.

В данной задаче результаты подобных испытаний заданы в виде выборки объемом N парных значений $t_i - g_p$, где t_i – наработка до разрушения образца под действием переменной нагрузки с амплитудой g_i .

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} t_i &= \omega X_i; \\ g_i &= 0,1\omega Y_i, \end{aligned} \quad (69)$$

где X_i и Y_i – i -е члены заданной выборки случайных чисел, определяемые по табл. П. 5 приложения 1.

Значение амплитуды g_r действующей переменной нагрузки определяется по формуле

$$g_r = \frac{g_{N-1} + g_N}{2}. \quad (70)$$

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо».

3.1.2. Решение задачи с пояснениями.

3.1.2.1. Определяем искомую выборку $t_i - g_i$ объемом $N = 10$ по формулам (69) и записываем ее в столбцы 2 и 3 табл. 16.

3.1.2.2. Значение $g_r = 3,811$ определено по формуле (70).

3.1.2.3. Задача по определению функции вида (68) решается с применением рассмотренного в п. 2.7.2.1 метода наименьших квадратов и состоит из следующих этапов:

– преобразование (анаморфоза) координат исследуемой эмпирической зависимости с целью ее приведения к линейному виду

$$Y = A + BX, \quad (71)$$

где X и Y – переменные уравнения регрессии; A и B – постоянные уравнения регрессии;

– определение постоянных уравнения регрессии A и B , а также коэффициента корреляции R_{xy} и относительных ошибок δ_x и δ_y методом наименьших квадратов. При этом коэффициент корреляции R_{xy} служит критерием оценки согласия теоретической и эмпирической зависимостей;

— определение с помощью постоянных A и B параметров C и m теоретической зависимости вида (68) с последующим определением других искомых величин.

Таблица 16

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫБОРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ
ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

| i | t_i | g_i | x_i | y_i |
|-----|---------|-------|-------|-------|
| 1 | 3,116 | 6,446 | 1,137 | 1,863 |
| 2 | 21,176 | 5,170 | 3,053 | 1,643 |
| 3 | 22,956 | 5,073 | 3,134 | 1,624 |
| 4 | 27,439 | 4,753 | 3,312 | 1,559 |
| 5 | 34,339 | 4,695 | 3,536 | 1,547 |
| 6 | 38,573 | 4,653 | 3,653 | 1,538 |
| 7 | 48,326 | 4,097 | 3,878 | 1,410 |
| 8 | 54,407 | 4,057 | 3,996 | 1,400 |
| 9 | 63,273 | 4,054 | 4,147 | 1,400 |
| 10 | 119,631 | 3,568 | 4,784 | 1,272 |

3.1.2.4. Выполняем логарифмическое преобразование (анаморфозу) парной выборки по следующим формулам:

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(t_i); \\ y_i &= \ln(g_i). \end{aligned} \quad (72)$$

Результаты вычислений записываем в столбцы 4 и 5 табл. 16.

3.1.2.5. Постоянные A и B уравнения регрессии, а также коэффициент корреляции R_{xy} и относительные ошибки δ_x и δ_y определяем методом наименьших квадратов с использованием формул пп. 2.7.2.3 и 2.7.2.4.

В нашем случае получены следующие результаты:

$$R_{xy} = -0,970, \delta_x = 0,234, \delta_y = 0,04, A = 2,12, B = -0,172.$$

Отметим, что значение $R_{xy} > 0,9$ подтверждает хорошее согласие опытной зависимости разрушающей нагрузки от времени со степенной характеристикой типа (68).

3.1.2.6. Уравнение линейной регрессии определяем по формуле (71), а расчет нижней и верхней доверительных границ выполняем по формулам

$$\begin{aligned} Y_{\min} &= Y - \delta_y; \\ Y_{\max} &= Y + \delta_y. \end{aligned} \quad (73)$$

График этих уравнений показан на рис. 15.

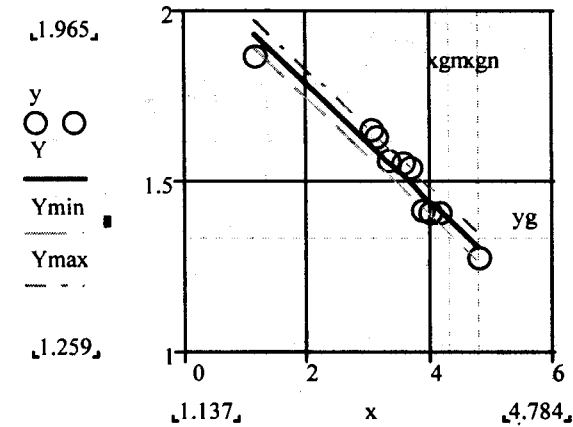


Рис. 15. График уравнения линейной регрессии

3.1.2.7. Определяем с помощью постоянных A и B параметры C и m по следующим формулам:

$$\begin{aligned} m &= -B; \\ C &= \exp(A). \end{aligned} \quad (74)$$

В нашем случае получены $m = 0,172$ и $C = 8,322$.

Определяем искомую характеристику усталостного разрушения образцов и ее доверительные границы:

$$\begin{aligned} G(T) &= \frac{C}{T^m}; \\ G_{\min}(T) &= G(T) \exp(-\delta_y); \\ G_{\max}(T) &= G(T) \exp(\delta_y). \end{aligned} \quad (75)$$

По этим формулам на рис. 16 построены искомые характеристики усталостного разрушения.

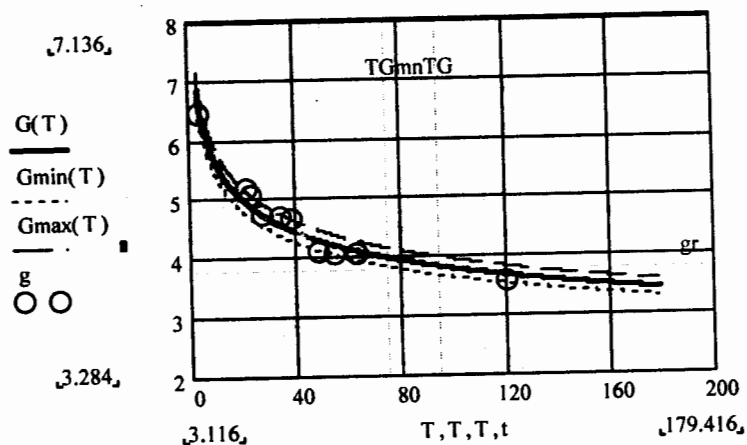


Рис. 16. Характеристика усталостного разрушения образцов

3.1.2.8. Определяем медианный ресурс и его доверительные границы для эквивалентной переменной нагрузки с амплитудой g_r по формулам

$$R_{50} = \left(\frac{C}{g_r} \right)^{\frac{1}{m}};$$

$$R_{50-\min} = R_{50} \exp(-\delta_x);$$

$$R_{50-\max} = R_{50} \exp(\delta_x).$$
(76)

В нашем случае $R_{50} = 95,197$, $R_{50-\min} = 75,333$ и $R_{50-\max} = 120,298$.

3.1.2.9. Для определения вероятностных характеристик рассматриваемого усталостного разрушения принимаем гипотезу о его соответствии логарифмически нормальному закону распределения (см. задачу 2.4). В этом случае параметр формы $b = \delta_x = 0,234$, а параметр масштаба $a = R_{50} = 95,197$.

Тогда функции вероятности безотказной работы $P(t)$, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ можно определить

через квантиль $U_1(t)$ согласно пп. 2.4.2.2 – 2.4.2.5. Построенный таким образом график указанных функций приведен на рис. 17.

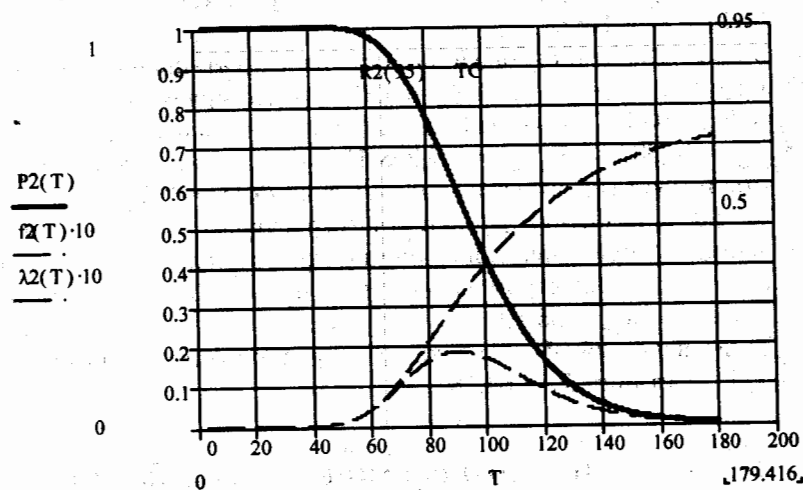


Рис. 17. Распределения вероятности для степенной характеристики усталостного разрушения

3.1.2.10. Определяем гамма процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \exp(-bU_\gamma),$$
(77)

где U_γ – квантиль, который для заданной допустимой вероятности γ можно определить по графику 2 приложения 2.

Для $\gamma = 0,95$ имеем $U_\gamma = 1,645$. Тогда искомый 95-процентный ресурс, определенный по формуле (77), составит $R_\gamma = 64,78$.

В заключение оценим вероятность безотказной работы при наработке, равной нижней доверительной границе медианного ресурса $R_{50-\min} = 75,333$. Для этого сначала определим квантиль по формуле (41). В этом случае величина $U_1(R_{50-\min}) = 1$, что соответствует вероятности $P(t) = P(R_{50-\min}) = 0,841$.

3.1.3. Результаты решения задачи.

3.1.3.1. Путем статистической обработки результатов испытаний образцов деталей на усталостную прочность установлено, что

характеристика усталостного разрушения находится в хорошем согласии ($R_{xy} = -0,970$) со степенной функцией типа (68) при $m = 0,172$ и $C = 8,322$.

3.1.3.2. Для действующей на деталь эксплуатационной переменной нагрузки с амплитудой $g_r = 3,811$ прогнозируемый медианный ресурс $R_{50} = 95,197$, он находится в доверительном интервале времени от $R_{50-min} = 75,333$ до $R_{50-max} = 120,298$. Нижняя граница этого интервала соответствует вероятности неразрушения $P(t) = P(R_{50-min}) = 0,841$.

3.1.3.3. Для оценки γ -процентного ресурса с достаточным основанием был применен логарифмически нормальный закон распределения с параметром формы $b = \delta_x = 0,234$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 95,197$.

Тогда искомым 95-процентный ресурс, определенный по формуле (77), составит $R_\gamma = 64,78$.

ЗАДАЧА 3.2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ОБЪЕКТА ПРИ СТЕПЕННОЙ МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

3.2.1. Задание и исходные данные.

Определить характеристику деградационного процесса $H(t)$, а также медианный R_{50} , средний R_{cp} и γ -процентный R_γ ресурсы элемента машины при достижении назначенного уровня предельного состояния h_r .

Характеристика деградационного процесса задается функцией степенного вида

$$H(t) = Ct^m, \quad (78)$$

где t — наработка до достижения назначенного предельного состояния h_r ; C и m — постоянный коэффициент и показатель степени характеристики деградационного процесса.

Параметры C и m определяются путем статистической обработки результатов испытаний образцов деталей на изнашивание (коррозионное, кавитационное или другое разрушение поверхности).

В данной задаче результаты подобных испытаний заданы в виде выборки объемом N парных значений $t_i - h_r$, где t_i — наработка до момента измерения исследуемого параметра; h_r — результат измерения исследуемого параметра (износа).

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} t_i &= \omega X_i; \\ h_i &= 0,1\omega Y_i, \end{aligned} \quad (79)$$

где X_i и Y_i — i -е члены заданной выборки случайных чисел, определяемые по табл. П. 6 приложения 1; ω — индекс варианта, определяемый по табл. П. 1 приложения 1.

Значение h_r действующей переменной нагрузки определяется по уравнению

$$h_r = \frac{h_{N-1} + h_N}{2}. \quad (80)$$

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо».

3.2.2. Решение задачи с пояснениями

3.2.2.1. Определяем искомую выборку $t_i - h_r$ объемом $N = 10$ по формулам (79) и записываем ее в столбцы 2 и 3 табл. 17.

3.2.2.2. Значение $h_r = 7,793$.

3.2.2.3. Задача по определению функции вида (78) решается с применением метода наименьших квадратов, рассмотренного в п. 2.7.2.1, и состоит из следующих этапов:

— преобразование (анаморфоза) координат исследуемой эмпирической зависимости с целью ее приведения к линейному виду

$$Y = A + BX, \quad (81)$$

где X и Y — переменные уравнения регрессии; A и B — постоянные уравнения регрессии;

— определение постоянных уравнения регрессии A и B , а также коэффициента корреляции R_{xy} и относительных ошибок δ_x и δ_y методом наименьших квадратов.

Коэффициент корреляции R_{xy} служит критерием оценки согласия теоретической и эмпирической зависимостей;

— определение с помощью постоянных A и B параметров C и m теоретической зависимости вида (78).

Таблица 17

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРНОЙ ВЫБОРКИ ИЗНОСОВ

| i | t_i | h_i | x_i | y_i |
|-----|--------|-------|-------|-------|
| 1 | 14,197 | 3,051 | 2,653 | 1,116 |
| 2 | 20,527 | 3,058 | 3,022 | 1,118 |
| 3 | 30,233 | 4,116 | 3,409 | 1,415 |
| 4 | 30,766 | 4,527 | 3,426 | 1,510 |
| 5 | 36,909 | 4,721 | 3,608 | 1,552 |
| 6 | 46,355 | 5,776 | 3,836 | 1,754 |
| 7 | 50,001 | 5,927 | 3,912 | 1,780 |
| 8 | 50,738 | 6,888 | 3,927 | 1,930 |
| 9 | 52,157 | 7,162 | 3,954 | 1,969 |
| 10 | 64,723 | 8,424 | 4,170 | 2,131 |

3.2.2.4. Выполняем логарифмическое преобразование (анаморфозу) парной выборки по следующим формулам:

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(t_i); \\ y_i &= \ln(h_i). \end{aligned} \quad (82)$$

Результаты вычислений записываем в столбцы 4 и 5 табл. 17.

3.2.2.5. Постоянные A и B уравнения регрессии, а также коэффициент корреляции R_{xy} и относительные ошибки δ_x и δ_y определяем методом наименьших квадратов с использованием формул пп. 2.7.2.3 и 2.7.2.4.

В нашем случае получены следующие результаты:

$$R_{xy} = 0,964, \delta_x = 0,126, \delta_y = 0,071, A = -1,016, B = 0,736.$$

Отметим, что значение $R_{xy} > 0,9$ подтверждает хорошее согласие опытной зависимости деградационного процесса от времени со степенной характеристикой типа (78).

3.2.2.6. Уравнение линейной регрессии определяем по формуле (71), а для расчета уравнений нижней и верхней доверительных границ используем формулы

$$\begin{aligned} Y_{\min} &= Y - \delta_y; \\ Y_{\max} &= Y + \delta_y. \end{aligned} \quad (83)$$

График этих уравнений показан на рис. 18.

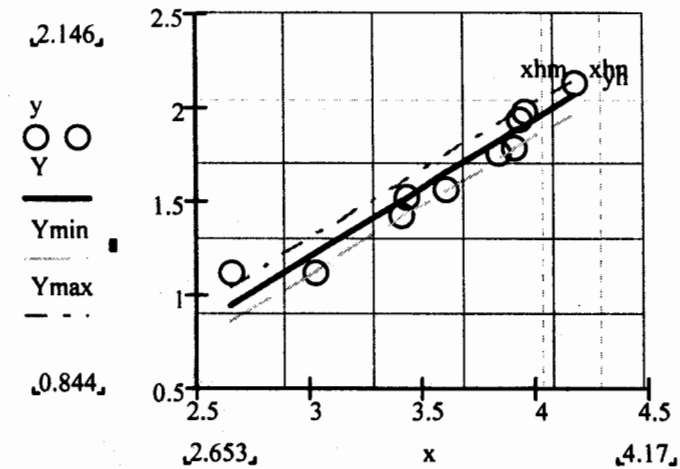


Рис. 18. График уравнения линейной регрессии для исследуемого деградационного процесса

3.2.2.7. Определяем с помощью постоянных A и B параметры C и m по следующим формулам:

$$\begin{aligned} m &= B; \\ C &= \exp(A). \end{aligned} \quad (84)$$

В нашем случае получены $m = 0,736$ и $C = 0,362$.

3.2.2.8. Определяем искомую характеристику деградационного процесса образцов и ее доверительные границы:

$$\begin{aligned} H(T) &= CT^m; \\ H_{\min}(T) &= H(T) \exp(-\delta_y); \\ H_{\max}(T) &= H(T) \exp(\delta_y). \end{aligned} \quad (85)$$

По этим формулам на рис. 19 построены характеристики деградационного процесса.

3.2.2.9. Определяем медианный ресурс и его доверительные границы при достижении предельного значения уровня деградационного процесса по формулам

$$R_{50} = \left(\frac{h_r}{C}\right)^{\frac{1}{m}};$$

$$R_{50-\min} = R_{50} \exp(-\delta_x);$$

$$R_{50-\max} = R_{50} \exp(\delta_x).$$
(86)

В нашем случае $R_{50} = 64,754$, $R_{50-\min} = 57,096$ и $R_{50-\max} = 73,440$.

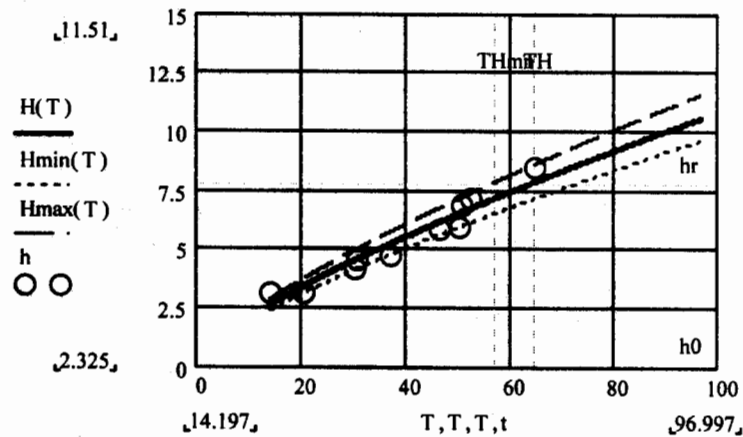


Рис. 19. Характеристика деградационного процесса

3.2.2.10. Для определения вероятностных характеристик рассматриваемого деградационного процесса принимаем гипотезу о его соответствии логарифмически нормальному закону распределения (см. задачу 2.4) с параметром формы $b = \delta_x = 0,126$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 64,754$.

Тогда функции вероятности безотказной работы $P(t)$, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ можно определить через квантиль $U_1(t)$, следуя указаниям пп. 2.4.2.2 – 2.4.2.5. Построенный таким образом график этих функций приведен на рис. 20.

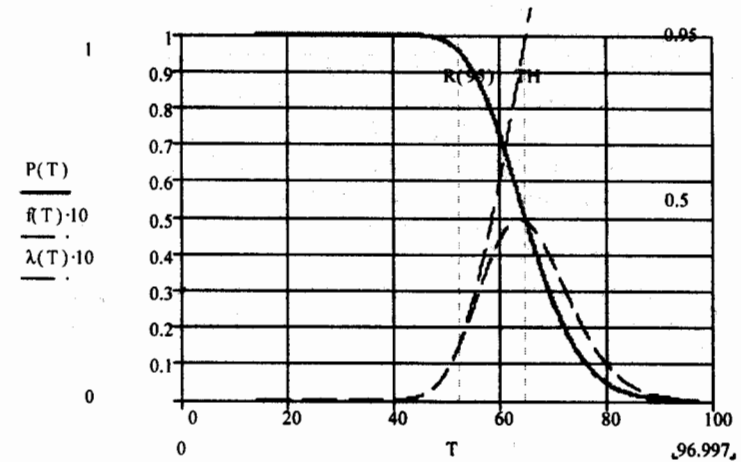


Рис. 20. Распределения вероятности для степенной характеристики деградационного процесса

3.2.2.11. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \exp(-bU_\gamma),$$
(87)

где U_γ – квантиль, который для заданной допустимой вероятности γ можно определить по графику 2 приложения 2.

Для $\gamma = 0,95$ имеем $U_\gamma = 1,645$. Тогда искомый 95-процентный ресурс, определенный по формуле (87), составит $R_\gamma = 52,645$.

В заключение оценим вероятность безотказной работы при наработке, равной нижней доверительной границе медианного ресурса $R_{50-\min} = 57,096$. Для этого сначала определим квантиль по формуле (41). В этом случае величина $U_1(R_{50-\min}) = 1$, что соответствует вероятности $P(t) = P(R_{50-\min}) = 0,841$.

3.2.3. Результаты решения задачи.

3.2.3.1. Путем статистической обработки результатов измерений износов установлено, что характеристика деградационного процесса находится в хорошем согласии ($R_{xy} = 0,964$) со степенной функцией типа (78) при $m = 0,736$ и $C = 0,362$.

3.2.3.2. Для назначенного уровня предельного состояния $h_r = 7,793$ прогнозируемый медианный ресурс $R_{50} = 64,754$, он находится в доверительном интервале времени от $R_{50-min} = 57,096$ до $R_{50-max} = 73,440$. Нижняя граница этого интервала соответствует вероятности недостижения предельного состояния $P(t) = P(R_{50-min}) = 0,841$.

3.2.3.3. Для оценки γ -процентного ресурса с достаточным основанием был применен логарифмически нормальный закон распределения с параметром формы $b = \delta_x = 0,126$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 64,754$.

Искомый 95-процентный ресурс, определенный по формуле (77), составит $R_\gamma = 52,645$, что соответствует коэффициенту запаса долговечности 1,23.

ЗАДАЧА 3.3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ОБЪЕКТА ПРИ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

3.3.1. Задание и исходные данные.

Определить характеристику деградационного процесса $H(t)$, а также медианный R_{50} , средний R_{cp} и γ -процентный R_γ ресурсы элемента машины при достижении назначенного уровня предельного состояния h_r .

Характеристика деградационного процесса задается линейной функцией вида

$$H(t) = C + mt, \quad (88)$$

где t — наработка до достижения назначенного предельного состояния h_r ; C и m — постоянные показатели характеристики деградационного процесса.

Параметры C и m определяются путем статистической обработки результатов испытаний образцов деталей на изнашивание (коррозионное, кавитационное или другое разрушение поверхности).

В данной задаче результаты испытаний заданы в виде выборки объемом N парных значений $t_i - h_i$, где t_i — наработка до момента измерения исследуемого параметра; h_i — результат измерения исследуемого параметра (износа).

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формулам (79) и табл. П. 6 приложения 1.

Значение допускаемого параметра h_r определяется по уравнению

$$h_r = \frac{h_{N-1} + h_N}{2}. \quad (89)$$

Для решения демонстрационной задачи принят вариант «Демо».

3.3.2. Решение задачи с пояснениями.

3.3.2.1. Определяем искомую выборку $t_i - h_i$ объемом $N = 10$ по формулам (79) и записываем ее в столбцы 2 и 3 табл. 18.

3.3.2.2. Значение $h_r = 7,138$ определено по формуле (89).

3.3.2.3. Задача по определению функции вида (88) решается с применением метода наименьших квадратов в порядке, указанном в п. 3.2.2.3.

Таблица 18

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫБОРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ИЗНОСОВ

| i | t_i | h_i | x_i | y_i |
|-----|--------|-------|--------|-------|
| 1 | 7,213 | 3,535 | 7,213 | 3,535 |
| 2 | 12,541 | 3,541 | 12,541 | 3,541 |
| 3 | 22,415 | 4,425 | 22,415 | 4,425 |
| 4 | 23,010 | 4,753 | 23,010 | 4,753 |
| 5 | 30,235 | 4,905 | 30,235 | 4,905 |
| 6 | 42,556 | 5,706 | 42,556 | 5,706 |
| 7 | 47,675 | 5,817 | 47,675 | 5,817 |
| 8 | 48,732 | 6,511 | 48,732 | 6,511 |
| 9 | 50,792 | 6,704 | 50,792 | 6,704 |
| 10 | 70,211 | 7,573 | 70,211 | 7,573 |

Поскольку при линейной модели деградационного процесса вид ее функции совпадает с уравнением регрессии, то преобразование (анаморфоза) парной выборки сводится к формулам

$$\begin{aligned} x_i &= t_i; \\ y_i &= h_i. \end{aligned} \quad (90)$$

Результаты вычислений записываем в столбцы 4 и 5 табл. 18.

3.3.2.5. Постоянные A и B уравнения регрессии, а также коэффициент корреляции R_{xy} и относительные ошибки δ_x и δ_y определяем методом наименьших квадратов с использованием формул пп 2.7.2.3 и 2.7.2.4.

В нашем случае получены следующие результаты:

$$R_{xy} = 0,985; \delta_x = 3,354, \delta_y = 0,230; A = 2,909; B = 0,069.$$

Отметим, что высокое значение $R_{xy} > 0,9$ подтверждает хорошее согласие опытной зависимости деградационного процесса от времени с линейной характеристикой.

3.3.2.6. Уравнение линейной регрессии определяем по формуле (71), а для расчета нижней и верхней доверительных границ используем формулы (83).

График этого уравнения показан на рис. 21.

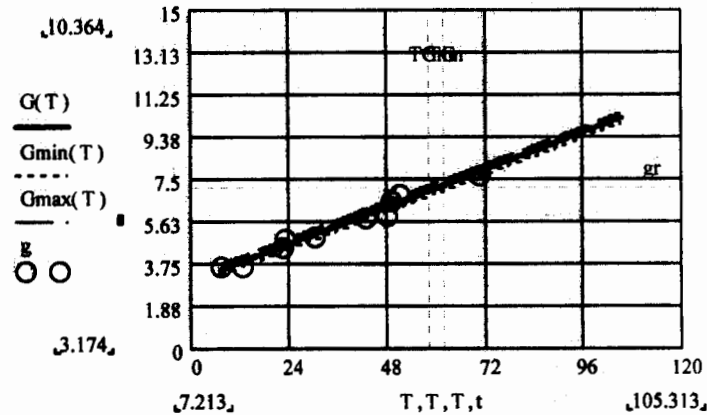


Рис. 21. График уравнения линейной регрессии для исследуемого деградационного процесса

3.3.2.7. Определяем с помощью постоянных A и B параметры C и m по следующим формулам:

$$\begin{aligned} m &= B; \\ C &= A. \end{aligned} \quad (91)$$

В нашем случае получены $m = 0,069$ и $C = 2,909$.

3.3.2.8. Определяем искомую характеристику деградационного процесса и ее доверительные границы:

$$\begin{aligned} H(T) &= C + mT; \\ H_{\min}(T) &= H(T) - \delta_y; \\ H_{\max}(T) &= H(T) + \delta_y. \end{aligned} \quad (92)$$

По этим формулам на рис. 22 построены характеристики деградационного процесса.

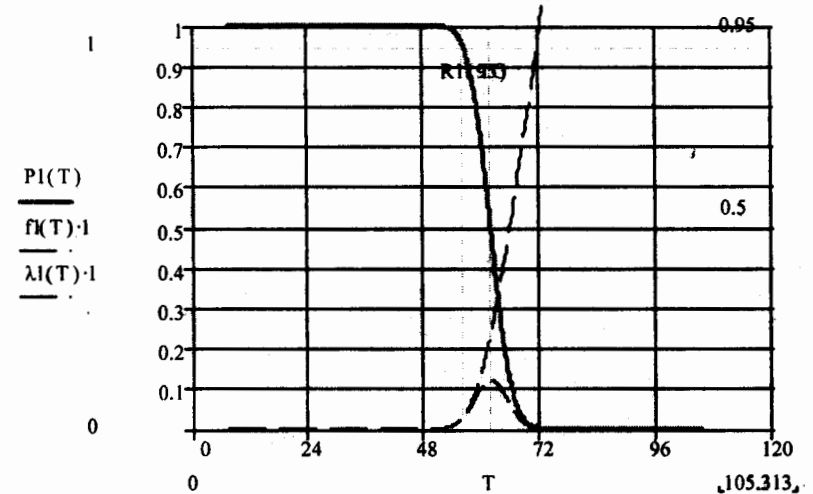


Рис. 22. Распределения вероятности при линейной модели деградационного процесса

3.3.2.9. Определяем медианный ресурс и его доверительные границы при достижении предельного значения по формулам

$$\begin{aligned} R_{50} &= (h_r - C) \frac{1}{m}; \\ R_{50-\min} &= R_{50} - \delta_x; \\ R_{50-\max} &= R_{50} + \delta_x. \end{aligned} \quad (93)$$

В нашем случае $R_{50} = 61,653$, $R_{50-\min} = 58,299$ и $R_{50-\max} = 65,006$.

3.3.2.10. Для определения вероятностных характеристик рассматриваемого деградационного процесса принимаем гипотезу о его соответствии нормальному закону распределения (см. задачу 2.3) с параметром масштаба $a = R_{50} = 61,653$ и параметром формы b , который равен коэффициенту вариации $V = 0,054$, определяемому по соотношению

$$V = \frac{\delta_x}{R_{50}}. \quad (94)$$

Тогда функции вероятности безотказной работы $P(t)$, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ можно определить через квантиль $U_\gamma(t)$ согласно пп. 2.3.2.2 – 2.3.2.5. Построенный график указанных функций приведен на рис. 22.

3.3.2.11. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = R_{50}(1 - bU_\gamma), \quad (95)$$

где U_γ – квантиль, который для заданной допустимой вероятности γ можно определить по графику 2 приложения 2.

Для $\gamma = 0,95$ имеем $U_\gamma = 1,645$. Тогда искомый 95-процентный ресурс, определенный по формуле (95), составит $R_\gamma = 56,136$.

3.3.3. Результаты решения задачи.

3.3.3.1. Путем статистической обработки результатов измерений износов установлено, что характеристика деградационного процесса находится в хорошем согласии ($R_{xy} = 0,985$) с линейной функцией типа (91) при $m = 0,069$ и $C = 2,909$.

3.3.3.2. Для назначенного предельного состояния $h_r = 7,138$ прогнозируемый медианный ресурс $R_{50} = 61,653$, он находится в доверительном интервале времени от $R_{50-min} = 58,299$ до $R_{50-max} = 65,006$. Нижняя граница этого интервала соответствует вероятности недостижения предельного состояния $P(t) = P(R_{50-min}) = 0,841$.

3.3.3.3. Для оценки γ -процентного ресурса с достаточным основанием был применен нормальный закон распределения с параметром формы $b = V = 0,054$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 61,653$.

Искомый 95-процентный ресурс, определенный по формуле (95), составил $R_\gamma = 56,136$, что соответствует коэффициенту запаса долговечности 1,23.

ЗАДАЧА 3.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ СТЕПЕННОЙ МОДЕЛИ ИЗНАШИВАНИЯ

3.4.1. Задание и исходные данные.

Оценить уровень технического состояния объекта на основании сравнения назначенного R_n и гамма-процентного R_γ (определенного по результатам измерения диагностического параметра h_i через время t_i) ресурсов при известных значениях начального h_0 и предельного h_r диагностических параметров.

Характеристика процесса изменения диагностического параметра задается функцией степенного вида

$$H(t) = Ct^m + h_0, \quad (96)$$

где t – наработка; C и m – постоянный коэффициент и показатель степени характеристики деградационного процесса.

Параметры C и m определяются путем статистической обработки результатов измерения диагностического параметра h_i через время t_i .

В данной задаче результаты измерений заданы в виде выборки объемом N парных значений $t_i - h_i$.

Вариант выборки, который следует использовать в качестве исходных данных для решения этой задачи, определяется по формулам (79) и табл. П. 6 приложения 1.

Значения h_r , h_0 и R_n можно определить по соотношениям

$$\begin{aligned} h_r &= 2h_N; \\ h_0 &= 0,25h_i; \\ R_n &= t_N \text{ (округлить)}. \end{aligned} \quad (97)$$

Ниже приводится решение демонстрационной задачи для варианта «Демо».

3.4.2. Решение задачи с пояснениями.

3.4.2.1. Определяем искомую выборку $t_i - h_i$ объемом $N = 10$ по формулам (79) и записываем ее в столбцы 2 и 3 табл. 18.

3.4.2.2. Значения $h_r = 18,466$, $h_0 = 0,203$ и $R_n = 78$ определяем по соотношениям (97).

3.4.2.3. Задача по определению функции вида (96) решается с применением метода наименьших квадратов в полном соответствии с п. 3.2.2.3.

Таблица 19

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫБОРКИ ИЗНОСОВ

| i | t_i | h_i | x_i | y_i |
|-----|--------|-------|-------|--------|
| 1 | 19,578 | 0,811 | 2,974 | -0,497 |
| 2 | 28,034 | 2,911 | 3,333 | 0,996 |
| 3 | 34,378 | 3,072 | 3,537 | 1,054 |
| 4 | 43,882 | 3,460 | 3,782 | 1,181 |
| 5 | 46,833 | 4,018 | 3,847 | 1,339 |
| 6 | 47,193 | 4,342 | 3,854 | 1,420 |
| 7 | 47,745 | 5,460 | 3,866 | 1,660 |
| 8 | 50,989 | 5,984 | 3,932 | 1,755 |
| 9 | 66,833 | 6,039 | 4,202 | 1,764 |
| 10 | 78,104 | 9,233 | 4,358 | 2,201 |

3.4.2.4. Выполняем логарифмическое преобразование (анаморфозу) парной выборки по следующим формулам:

$$\begin{aligned} x_i &= \ln(t_i); \\ y_i &= \ln(h_i - h_0). \end{aligned} \quad (98)$$

Результаты вычислений записываем в столбцы 4 и 5 табл. 19.

3.4.2.5. Постоянные A и B уравнения регрессии, а также коэффициент корреляции R_{xy} и относительные ошибки δ_x и δ_y определяем методом наименьших квадратов с использованием формул пп. 2.7.2.3 и 2.7.2.4.

В нашем случае получены следующие результаты:

$$R_{xy} = 0,936, \delta_x = 0,142, \delta_y = 0,257, A = -5,529, B = 1,809.$$

Отметим, что значение $R_{xy} > 0,9$ подтверждает хорошее согласие опытной зависимости деградационного процесса от времени со степенной характеристикой типа (96).

3.4.2.6. Уравнение линейной регрессии определяем по формуле (71), а для расчета уравнений нижней и верхней доверительных границ используем формулы (83).

График этих уравнений показан на рис. 23.

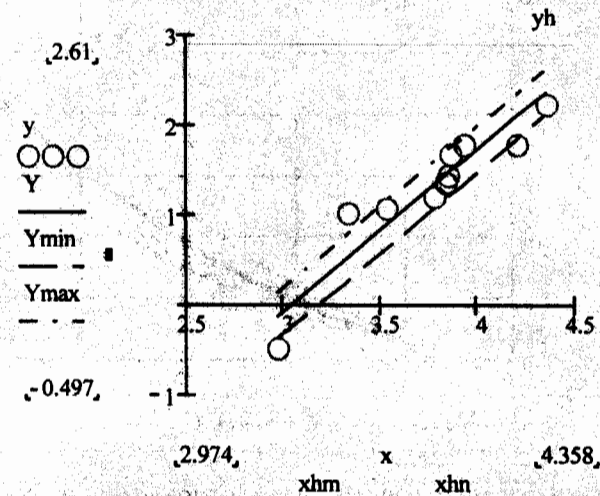


Рис. 23. График уравнения линейной регрессии для исследуемого деградационного процесса

3.4.2.7. Определяем с помощью постоянных A и B параметры C и m по формулам (84).

В нашем случае получены $m = 1,809$ и $C = 3,97 \cdot 10^{-3}$.

3.4.2.8. Определяем искомую характеристику деградационного процесса образцов и ее доверительные границы:

$$\begin{aligned} H(T) &= CT^m + h_0; \\ H_{\min}(T) &= CT^m \exp(-\delta_y) + h_0; \\ H_{\max}(T) &= CT^m \exp(\delta_y) + h_0. \end{aligned} \quad (99)$$

По этим формулам на рис. 24 построены искомые характеристики деградационного процесса.

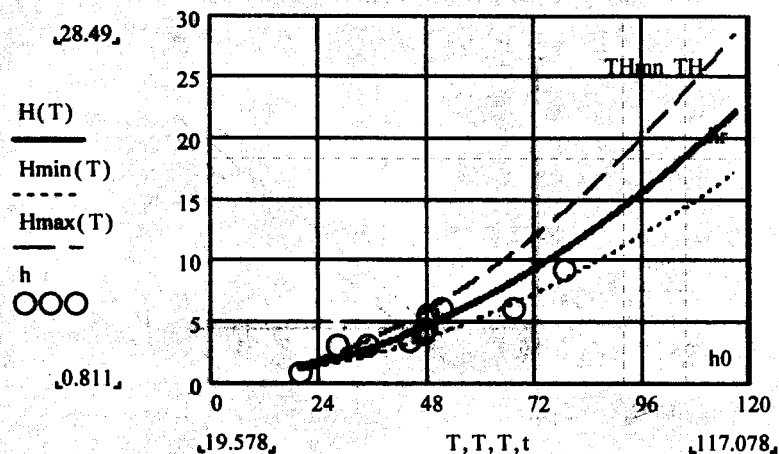


Рис. 24. Характеристики деградационного процесса

3.4.2.9. Определяем медианный ресурс и его доверительные границы при достижении предельного уровня деградационного процесса по формулам

$$R_{50} = \left(\frac{h_r - h_0}{C} \right)^{\frac{1}{m}};$$

$$R_{50-\min} = R_{50} \exp(-\delta_x);$$

$$R_{50-\max} = R_{50} \exp(\delta_x).$$
(100)

В нашем случае $R_{50} = 105,94$, $R_{50-\min} = 91,924$ и $R_{50-\max} = 122,093$.

3.4.2.10. Для определения вероятностных характеристик рассматриваемого деградационного процесса принимаем гипотезу о его соответствии логарифмически нормальному закону распределения с параметром формы $b = \delta_x = 0,142$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 105,94$.

Тогда функции вероятности безотказной работы $P(t)$, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ можно определить через квантиль $U(\gamma)$ согласно пп. 2.4.2.2 – 2.4.2.5. Построенный таким образом график указанных функций приведен на рис. 25.

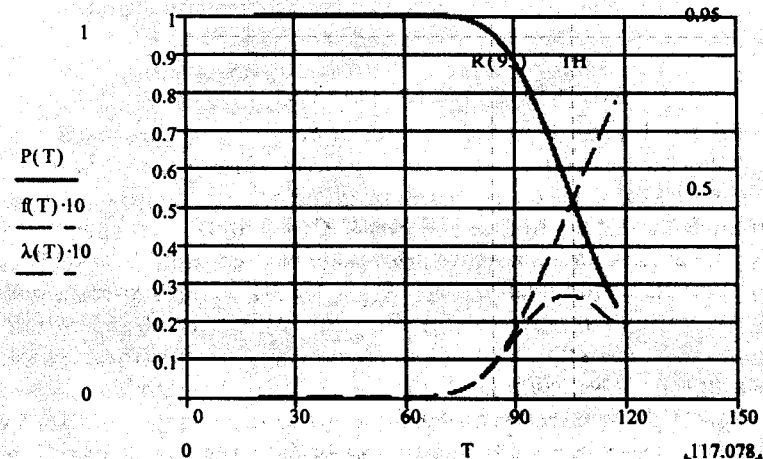


Рис. 25. Распределения вероятности для степенной характеристики деградационного процесса

3.4.2.11. Определяем гамма-процентный ресурс по формуле

$$R_\gamma = a \exp(-bU_\gamma), \quad (101)$$

где U_γ – квантиль для заданной допустимой вероятности γ , который можно определить по графику 2 приложения 2.

Для $\gamma = 0,80$ имеем $U_\gamma = 0,842$. Тогда искомым 80-процентный ресурс, определенный по формуле (87), составит $R_\gamma = 94,013$.

3.4.2.12. Определяем уровень технического состояния объекта по соотношению

$$k = \frac{R_p}{R_n};$$

– если $k < 0,9$, то объект находится в неудовлетворительном состоянии;

– если $0,9 \leq k < 1$, то объект находится в удовлетворительном состоянии;

– если $1 \leq k < 1,8$, то объект находится в хорошем состоянии и наверняка доработает до планового ремонта;

– если $k \geq 1,8$, то объект находится в отличном состоянии и ремонт ему не потребуется.

В нашем случае $k = 1,205$, что соответствует хорошему состоянию объекта.

3.4.3. Результаты решения задачи.

3.4.3.1. Путем статистической обработки результатов измерений износов установлено, что характеристика деградационного процесса находится в хорошем согласии ($R_{xy} = 0,936$) со степенной функцией типа (78) при $m = 1,809$ и $C = 3,97 \cdot 10^{-3}$.

3.4.3.2. Для назначенного предельного состояния $h_r = 18,466$ прогнозируемый медианный ресурс $R_{50} = 105,94$, он находится в доверительном интервале времени от $R_{50-min} = 91,924$ до $R_{50-max} = 122,093$. Нижняя граница этого интервала соответствует вероятности недостижения предельного состояния $P(t) = P(R_{50-min}) = 0,841$.

3.4.3.3. Для оценки гамма-процентного ресурса был применен логарифмически нормальный закон распределения с параметром формы $b = \delta_x = 0,142$ и параметром масштаба $a = R_{50} = 105,94$. Искомый 80-процентный ресурс, определенный по формуле (77), составит $R_\gamma = 94,013$, что соответствует коэффициенту уровня технического состояния $k = 1,205$, т. е. хорошему техническому состоянию объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефремов Л.В. Практика инженерного анализа надежности судовой техники. — Л.: Судостроение, 1980. — 178 с.
2. Ефремов Л.В., Черняховский Э.Р. Надежность и вибрация дизельных установок промысловых судов. — М.: Пищ. пром-сть, 1980. — 232 с.
3. Методика расчета нормативных показателей надежности судовых технических средств. РД 15-127-90. — Л.: Гипрорыбфлот, 1990. — 81 с.
4. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности. — М.: Сов. радио, 1968. — 288 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Таблица П. 1

ВЫБОР ПОСТОЯННОГО МНОЖИТЕЛЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ЗАДАННОЙ ВЫБОРКИ

| Вариант* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | "Демо" |
|----------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--------|
| W | 5 | 10 | 15 | 20 | 26 | 30 | 34 | 40 | 45 | 50 | 55 |

*Указана последняя цифра номера зачетной книжки студента.

Таблица П. 2

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА X, ДЛЯ МАЛОЙ ВЫБОРКИ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

| Вариант* | 0 и 9 | 1 и 8 | 2 и 7 | 3 и 6 | 4 и 5 | "Демо" | |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| Объем N | 12 | 14 | 16 | 13 | 17 | 14 | |
| Номер члена выборки i | 1 | 0,558 | 0,085 | 0,849 | 0,412 | 2,226 | 0,893 |
| | 2 | 1,887 | 0,652 | 0,622 | 0,644 | 0,554 | 1,692 |
| | 3 | 0,855 | 0,788 | 0,266 | 1,829 | 1,264 | 0,494 |
| | 4 | 0,659 | 0,224 | 0,583 | 0,586 | 1,377 | 0,809 |
| | 5 | 0,286 | 0,817 | 0,669 | 1,663 | 1,041 | 0,364 |
| | 6 | 1,778 | 0,034 | 1,455 | 1,279 | 1,000 | 0,212 |
| | 7 | 0,710 | 0,369 | 0,685 | 0,212 | 0,431 | 0,786 |
| | 8 | 0,357 | 1,502 | 1,282 | 0,574 | 0,781 | 0,879 |
| | 9 | 1,914 | 0,234 | 0,612 | 0,806 | 0,437 | 0,385 |
| | 10 | 1,955 | 0,735 | 0,641 | 0,800 | 1,442 | 3,499 |
| | 11 | 0,367 | 2,904 | 0,779 | 0,782 | 0,949 | 0,057 |
| | 12 | 0,852 | 0,615 | 0,423 | 0,541 | 1,466 | 0,701 |
| | 13 | | 0,683 | 0,590 | 0,649 | 1,742 | 1,150 |
| | 14 | | 0,229 | 0,336 | | 0,722 | 0,417 |
| | 15 | | | 0,654 | | 0,754 | |
| | 16 | | | 0,183 | | 1,090 | |
| | 17 | | | | | 0,424 | |

*Указана предпоследняя цифра номера зачетной книжки студента.

Таблица П. 3

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА ДЛЯ ЗАДАННОЙ ВЫБОРКИ
НАРАБОТКИ ДО ЦЕНЗУРИРОВАНИЙ

| Вариант* | 0 и 9 | 1 и 8 | 2 и 7 | 3 и 6 | 4 и 5 | "Демо" |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Объем $N_{ц}$ | 10 | 7 | 2 | 15 | 11 | 5 |
| Номер члена выборки i | 0,085 | 1,748 | 1,496 | 0,790 | 0,558 | 1,778 |
| | 0,652 | 1,044 | 1,279 | 1,737 | 1,887 | 0,710 |
| | 0,788 | 0,959 | | 1,552 | 0,855 | 2 |
| | 0,224 | 3,235 | | 1,126 | 0,659 | 1,914 |
| | 2,817 | 0,792 | | 0,414 | 0,286 | 1,955 |
| | 0,034 | 0,605 | | 0,631 | 1,778 | |
| | 0,369 | 1,162 | | 0,972 | 2,710 | |
| | 1,502 | | | 0,400 | 0,357 | |
| | 0,234 | | | 0,978 | 1,914 | |
| | 0,735 | | | 1,016 | 1,955 | |
| | | | | 2,613 | 0,367 | |
| | | | | 0,619 | 0,852 | |
| | | | | 1,209 | | |
| | | | | 0,683 | | |
| | | | | 1,000 | | |

*Указана предпоследняя цифра номера зачетной книжки студента.

Таблица П. 4

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА X_i ДЛЯ ЗАДАННОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ
НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

| Вариант* | 1 и 2 | 3 и 4 | 5 и 6 | 7 и 8 | 0 и 9 | "Демо" | |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| Номер члена выборки i | 1 | 0,452 | 0,555 | 1,268 | 0,751 | 0,173 | 0,212 |
| | 2 | 0,331 | 1,478 | 0,62 | 0,985 | 0,838 | 0,364 |
| | 3 | 0,264 | 0,774 | 1 | 0,237 | 0,379 | 0,385 |
| | 4 | 1,132 | 1,213 | 1,488 | 0,175 | 1,05 | 0,442 |
| | 5 | 1,62 | 0,72 | 1,263 | 0,722 | 0,778 | 0,494 |
| | 6 | 0,388 | 0,76 | 0,651 | 0,945 | 1,024 | 0,585 |
| | 7 | 0,626 | 0,923 | 0,612 | 0,826 | 1,097 | 0,713 |
| | 8 | 1,904 | 0,969 | 1,591 | 0,347 | 0,334 | 0,732 |
| | 9 | 0,565 | 0,772 | 1,893 | 0,479 | 0,512 | 0,786 |
| | 10 | 1,72 | 0,306 | 1,086 | 0,716 | 0,653 | 0,795 |
| | 11 | 1,3 | 0,974 | 1,395 | 1,137 | 0,562 | 0,809 |
| | 12 | 0,191 | 1,232 | 1,64 | 0,348 | 0,614 | 0,879 |
| | 13 | 0,553 | 0,79 | 0,567 | 1,1 | 1,032 | 0,893 |
| | 14 | 0,795 | 0,737 | 0,604 | 0,36 | 0,87 | 1,024 |
| | 15 | 0,788 | 1,552 | 0,651 | 1,304 | 0,47 | 1,091 |
| | 16 | 0,769 | 1,126 | 1,523 | 0,322 | 0,81 | 1,282 |
| | 17 | 0,519 | 0,414 | 1,733 | 1,947 | 0,78 | 1,322 |
| | 18 | 0,63 | 0,631 | 0,876 | 1,728 | 0,704 | 1,340 |
| | 19 | 2,975 | 0,972 | 0,564 | 1,175 | 0,57 | 1,384 |
| | 20 | 1,741 | 0,4 | 0,621 | 1,497 | 1,305 | 1,459 |
| | 21 | 0,279 | 0,978 | 0,994 | 0,831 | 0,538 | 1,547 |
| | 22 | 0,439 | 1,016 | 1,731 | 1,786 | 0,92 | 1,692 |
| | 23 | 0,978 | 0,613 | 1,332 | 1,044 | 0,846 | 2,172 |
| | 24 | 0,706 | 0,619 | 1,081 | 0,757 | 1,032 | 0,107 |

*Указана предпоследняя цифра номера зачетной книжки студента.

Таблица П. 5

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА $X_i - Y_i$ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ
ПАРНОЙ ВЫБОРКИ УСТАЛОСТИ

| Вариант* | 0 и 9 | | 1 | | 2 | | 3 и 4 | | |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Выборка | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | |
| Номер члена выборки / | 1 | 0,421 | 1,398 | 0,425 | 2,610 | 0,464 | 1,300 | 0,368 | 1,376 |
| | 2 | 0,543 | 1,383 | 0,443 | 1,811 | 0,534 | 1,217 | 0,436 | 1,303 |
| | 3 | 0,544 | 1,333 | 0,449 | 1,659 | 0,714 | 0,943 | 0,492 | 1,193 |
| | 4 | 0,555 | 0,923 | 0,559 | 1,183 | 0,769 | 0,892 | 0,551 | 1,193 |
| | 5 | 0,716 | 0,842 | 0,571 | 1,116 | 0,781 | 0,755 | 0,652 | 1,148 |
| | 6 | 0,729 | 0,812 | 0,618 | 0,709 | 0,910 | 0,717 | 0,703 | 0,992 |
| | 7 | 0,747 | 0,606 | 1,129 | 0,645 | 1,173 | 0,686 | 1,097 | 0,877 |
| | 8 | 0,851 | 0,598 | 1,286 | 0,521 | 1,248 | 0,682 | 1,436 | 0,618 |
| | 9 | 0,884 | 0,534 | 1,364 | 0,267 | 1,474 | 0,396 | 1,502 | 0,472 |
| | 10 | 1,374 | 0,184 | 1,448 | 0,266 | 2,535 | 0,334 | 1,621 | 0,461 |
| Вариант* | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | |
| Выборка | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | |
| Номер члена выборки / | 11 | 0,304 | 2,610 | 0,368 | 1,398 | 0,469 | 1,284 | 0,425 | 1,300 |
| | 2 | 0,466 | 1,811 | 0,436 | 1,383 | 0,475 | 1,188 | 0,443 | 1,217 |
| | 3 | 0,548 | 1,659 | 0,492 | 1,333 | 0,588 | 1,059 | 0,449 | 0,943 |
| | 4 | 0,564 | 1,183 | 0,551 | 0,923 | 0,801 | 1,039 | 0,559 | 0,892 |
| | 5 | 0,691 | 1,116 | 0,652 | 0,842 | 1,000 | 1,005 | 0,571 | 0,755 |
| | 6 | 0,709 | 0,709 | 0,703 | 0,812 | 1,037 | 0,881 | 0,618 | 0,717 |
| | 7 | 0,733 | 0,645 | 1,097 | 0,606 | 1,235 | 0,864 | 1,129 | 0,686 |
| | 8 | 0,743 | 0,521 | 1,436 | 0,598 | 1,334 | 0,738 | 1,286 | 0,682 |
| | 9 | 0,839 | 0,267 | 1,502 | 0,534 | 1,390 | 0,679 | 1,364 | 0,396 |
| | 10 | 1,190 | 0,266 | 1,621 | 0,184 | 2,055 | 0,577 | 1,448 | 0,334 |

*Указана предпоследняя цифра номера зачетной книжки студента.

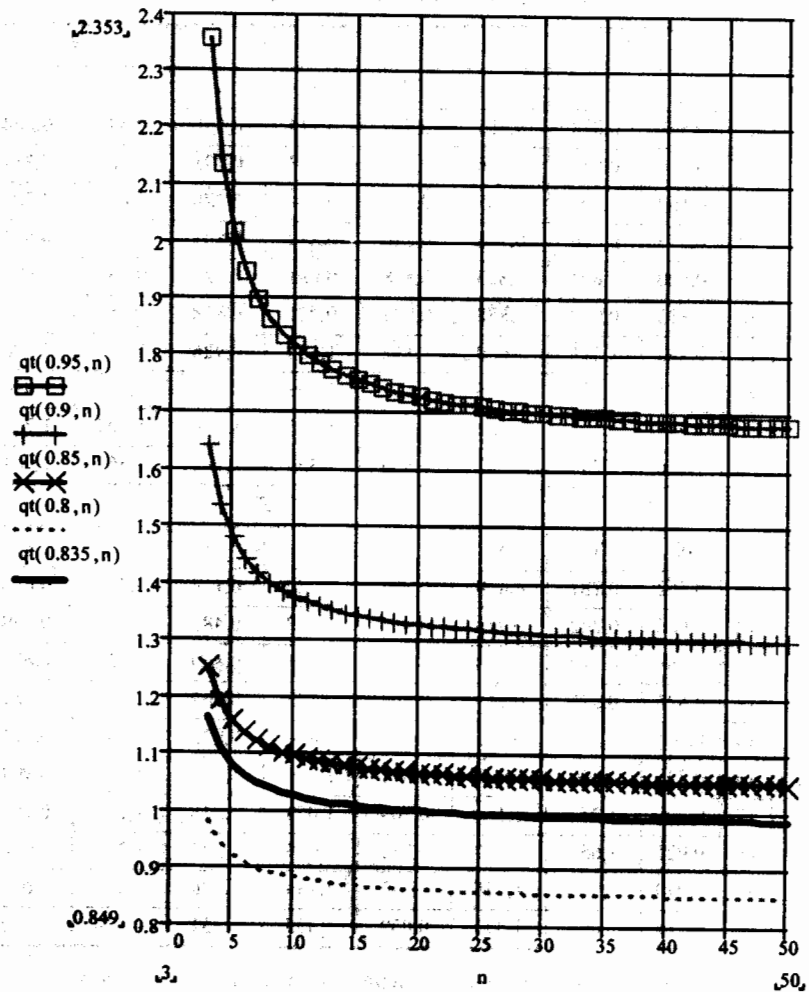
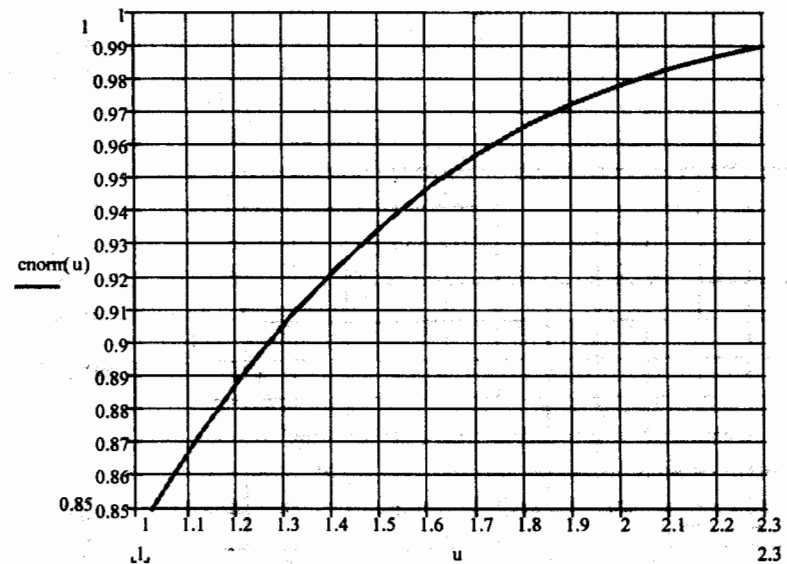
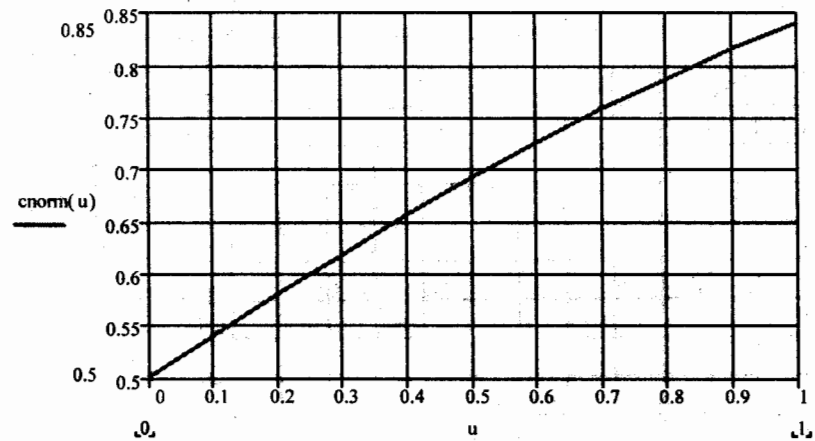
Таблица П. 6

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА $X_i - Y_i$ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ
ПАРНОЙ ВЫБОРКИ ИЗНОСОВ

| Вариант* | 0 и 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Выборка | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | |
| Номер члена выборки / | 11 | 0,562 | 0,324 | 0,555 | 0,599 | 0,414 | 0,539 | 0,544 | 0,264 |
| | 12 | 0,666 | 0,659 | 0,556 | 0,658 | 0,713 | 0,775 | 0,763 | 0,331 |
| | 13 | 0,667 | 0,709 | 0,565 | 0,713 | 0,774 | 0,778 | 0,847 | 0,388 |
| | 14 | 0,675 | 0,716 | 0,748 | 0,840 | 0,819 | 0,801 | 0,914 | 0,565 |
| | 15 | 0,800 | 0,892 | 0,823 | 0,848 | 0,881 | 0,829 | 0,963 | 0,626 |
| | 16 | 0,823 | 0,948 | 0,858 | 0,939 | 0,921 | 0,838 | 1,058 | 1,132 |
| | 17 | 0,898 | 1,211 | 1,050 | 1,112 | 1,184 | 0,926 | 1,231 | 1,300 |
| | 18 | 0,921 | 1,233 | 1,078 | 1,159 | 1,199 | 0,962 | 1,234 | 1,620 |
| | 19 | 0,949 | 1,242 | 1,252 | 1,295 | 1,325 | 1,140 | 1,305 | 1,720 |
| | 20 | 1,236 | 1,250 | 1,302 | 1,859 | 1,331 | 1,191 | 1,363 | 1,904 |
| Вариант* | 5 и 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | |
| Выборка | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | X_i | Y_i | |
| Номер члена выборки / | 11 | 0,562 | 0,181 | 0,414 | 0,304 | 0,480 | 0,414 | 0,496 | 0,623 |
| | 12 | 0,666 | 0,202 | 0,713 | 0,466 | 0,597 | 0,486 | 0,633 | 0,659 |
| | 13 | 0,667 | 0,312 | 0,774 | 0,548 | 0,666 | 0,849 | 1,053 | 0,676 |
| | 14 | 0,675 | 0,326 | 0,819 | 0,564 | 0,822 | 0,864 | 1,159 | 0,782 |
| | 15 | 0,800 | 0,382 | 0,881 | 0,635 | 0,844 | 0,973 | 1,185 | 0,871 |
| | 16 | 0,833 | 0,660 | 0,921 | 0,691 | 1,006 | 1,029 | 1,208 | 0,904 |
| | 17 | 0,898 | 1,274 | 1,184 | 0,709 | 1,053 | 1,243 | 1,233 | 0,909 |
| | 18 | 0,921 | 1,654 | 1,199 | 0,733 | 1,079 | 1,331 | 1,295 | 1,008 |
| | 19 | 0,949 | 1,861 | 1,325 | 0,743 | 1,139 | 1,430 | 1,482 | 1,053 |
| | 20 | 1,236 | 2,095 | 1,331 | 0,839 | 1,395 | 1,451 | 1,774 | 1,112 |

*Указана предпоследняя цифра номера зачетной книжки студента.

СПРАВОЧНЫЕ ГРАФИКИ

График 1. Определение коэффициента Стьюдента K_{st} График 2. Зависимость вероятности от квантиля нормального распределения ($P(t) = \text{snort}(u)$)

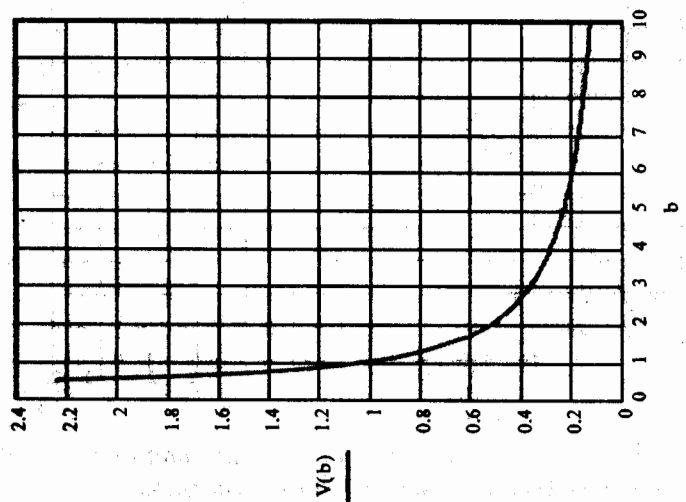
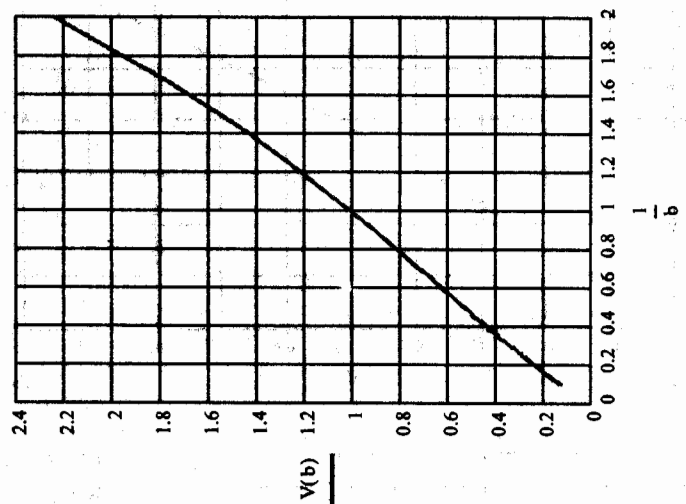


График 3. Зависимости коэффициента вариации $V(b)$ от показателя формы b распределения Вейбулла

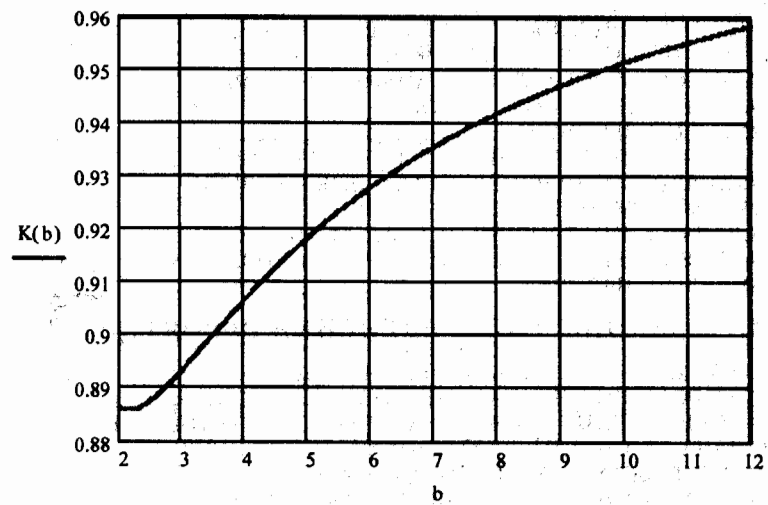


График 4. Зависимости коэффициента $K(b)$ от показателя формы распределения Вейбулла

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| ОБЩАЯ ЧАСТЬ | 5 |
| НАЗНАЧЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ ПОСОБИЯ | 5 |
| ЧТО НАДО ЗНАТЬ | 5 |
| ЧТО НАДО УМЕТЬ | 6 |
| ЧТО НАДО ИМЕТЬ | 6 |
| РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КАК ПОВЫСИТЬ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОСВОЕНИЯ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ | 7 |
| ТЕМА 1. ВЫБОРКИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ | 7 |
| ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ | 7 |
| ЗАДАЧА 1.1. ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОСТОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ | 9 |
| ЗАДАЧА 1.2. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ПРОСТОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ | 13 |
| ЗАДАЧА 1.3. ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОСТОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ | 15 |
| ЗАДАЧА 1.4. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ПРОСТОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ | 19 |
| ЗАДАЧА 1.5. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ МАЛОЙ ВЫБОРКИ | 21 |
| ЗАДАЧА 1.6. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ ЦЕНЗУРИРОВАННОЙ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ | 24 |
| ТЕМА 2. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ | 28 |
| ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ | 28 |
| ЗАДАЧА 2.1. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ | 32 |
| ЗАДАЧА 2.2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЕЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ | 33 |
| ЗАДАЧА 2.3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ | 35 |
| ЗАДАЧА 2.4. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ | 39 |

| | |
|--|----|
| ЗАДАЧА 2.5. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ | 42 |
| ЗАДАЧА 2.6. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОЖИДАНИЮ И КОЭФФИЦИЕНТУ ВАРИАЦИИ | 45 |
| ЗАДАЧА 2.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ | 48 |
| ЗАДАЧА 2.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ | 52 |
| ЗАДАЧА 2.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛОГНОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ | 54 |
| ЗАДАЧА 2.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭМПИРИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ | 57 |
| ТЕМА 3. МОДЕЛИ ПОВРЕЖДЕНИЙ | 59 |
| ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ПОЯСНЕНИЯ | 59 |
| ЗАДАЧА 3.1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ДЕТАЛИ ПРИ УСТАЛОСТНОЙ МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ | 60 |
| ЗАДАЧА 3.2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ОБЪЕКТА ПРИ СТЕПЕННОЙ МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИОННОГО ПРОЦЕССА | 66 |
| ЗАДАЧА 3.3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА ОБЪЕКТА ПРИ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИОННОГО ПРОЦЕССА | 72 |
| ЗАДАЧА 3.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ СТЕПЕННОЙ МОДЕЛИ ИЗНАШИВАНИЯ | 77 |
| ЛИТЕРАТУРА | 82 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 1 | 83 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 2 | 88 |

Для заметок

Издательство МГТУ. 183010 Мурманск, Спортивная 13.
Изд. лиц. N 020681 от 16.12.97. Полиграф. лиц. ПЛД N 54-20 от 10.06.99.
Сдано в набор 02.06.2000. Подписано в печать 07.07.2000. Формат 60×84¹/₁₆
Бум. типографская. Усл. печ. л. 5,40 Учет.-изд. л. 4,22. Заказ 484. Тираж 150 экз.