

Вероятностные алгоритмы ускоренных ресурсных испытаний изделий машиностроения

Ресурсные испытания (РИ) являются ответственным этапом обоснования назначенных сроков службы и ресурсов ряда изделий машиностроения и транспорта, использование которых связано с повышенными требованиями к безопасности эксплуатации. Это, например, относится к авиационной промышленности. Методы и средства усталостных и лётных ресурсных испытаний самолётов и их элементов базируются на многолетнем отечественном и зарубежном опыте [1], который отражён в соответствующей руководящей документации [2]. Уровень исследований этой проблемы для других сложных машин, как правило, так же высок. Особенно в части современного приборного обеспечения стендовых и лабораторных испытаний.

К сожалению, этого нельзя сказать о математическом и программном обеспечении оценки сроков службы изделий с учётом вероятностной природы деградации состояния машин. Следует признать, что литературы и даже стандартов по статистическим методам обработки результатов испытаний существует нема-

ло. Однако многие научнообразные рекомендации практически не применяются ввиду их сложности. Поэтому на практике поставщики, особенно неремонтируемой и многосерийной продукции, назначают минимально возможные сроки службы (например, равные одному году) с последующим их увеличением по мере накопления опыта эксплуатации и проектирования.

В этой статье сделана попытка предложить несколько рабочих и более доступных для программирования вероятностных алгоритмов ускоренных ресурсных испытаний (УРИ) с целью назначения (нормирования) ресурсов и сроков службы изделий.

Общие положения

Обоснование назначенных ресурсов (сроков службы) должно быть подчинено главной задаче – предотвращению отказов при эксплуатации изделий. С этой точки зрения отказы принято разделять на внезапные и постепенные (деградационные) [3].

Как показано в работе [4], внезапные отказы обычно не зависят от возраста объекта и подчиняются экспо-

Л.В. Ефремов,

доктор технических наук

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

Ключевые слова: анализ; вероятность; выборка; испытания; нагрузка; распределение; ресурс; срок службы; цикл; частота

ненциальному закону распределения с постоянной интенсивностью λ , а интенсивность $\lambda(t)$ постепенных отказов со временем t возрастает и подчиняется таким распределениям как нормальное, логнормальное или (чаще всего) Вейбулла (например, при показателе формы $b > 2$). Поэтому довольно распространённые попытки определять сроки службы по средней наработке на отказ $t_0 = 1/\lambda$ не всегда являются корректными. По той же причине вызывает сомнение постановка на ресурсные испытания сложного агрегата на стендах с имитацией реальных условий эксплуатации и с регистрацией всех видов отказов. Конечно, такой способ позволит выявлять и устранять конструктивные и технологические недостатки, но достоверно оценить ресурс таким способом затруднительно.

В этой связи уместно напомнить [3], что ресурсом называется суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или её возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние. В определении аналогичного понятия “срок службы” вместо слов “суммарная наработка” применяется термин “календарная продолжительность эксплуатации”. Это значит, что срок службы больше ресурса одного и того же изделия на величину всех плановых и unplanned простоев. К этому можно добавить, что составляющая “нерабочего” времени у многих изделий характеризуется повышенной неопределённостью. Поэтому, как правило, срок службы определяется с меньшей точностью, чем ресурс.

Отсюда следует, что УРИ целесообразно проводить с целью контроля постепенной деградации состояний изделий или их составных частей. Например, при УРИ индукци-

онных счётчиков электрической энергии по правилам МИ 2307–94 [5] исследовалось изнашивание оси счётного механизма.

Измеряемые в процессе испытаний величины, которые прямо или косвенно связаны с исследуемым процессом деградации, будем называть диагностическими параметрами (ДП), которые должны иметь назначенные изготовителем предельно допустимые уровни (ПДДП). Тогда событие достижения ДП этого уровня ($ПД \geq ПДДП$) можно назвать постепенным (деградационным) отказом (далее – “отказ”).

На рис. 1 поясняется сущность вероятностной природы постепенного (деградационного) отказа при проведении испытаний подконтрольной группы изделий. На нижнем графиче

ке (см. рис. 1, б) видно, как образуется рассеивание ресурса при увеличении ДП до своего ПДДП. Верхнее изображение (см. рис. 1, а) содержит соответствующие графики плотности распределения, эмпирического (точки) и теоретического (пунктирная линия) распределения вероятности. Кроме того, рис. 1, а иллюстрирует принцип оценки гамма-процентных ресурсов, которые могут быть получены в результате УРИ. Теоретическое распределение можно выбрать по коэффициенту корреляции путём проверки согласия с такими законами распределения вероятностей, как закон Гаусса, логнормальное распределение или закон Вейбулла.

Рис. 1, б демонстрирует так называемую износовую (вверную) мо-

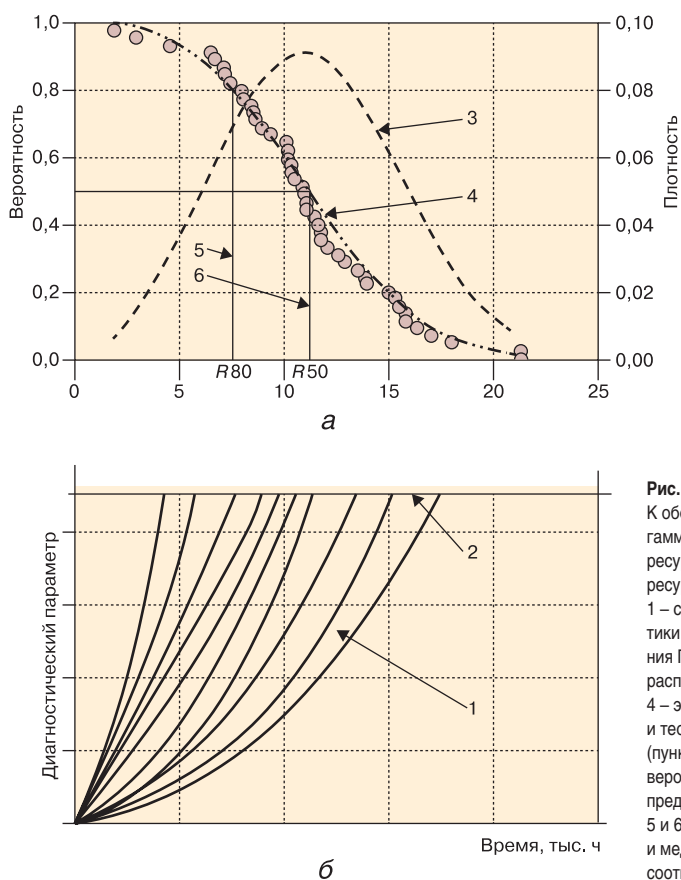


Рис. 1
 К обоснованию оценки гамма-процентного ресурса по результатам ресурсных испытаний:
 1 – случайные характеристики изменения ДП; 2 – линия ПДДП; 3 – плотность распределения ресурса; 4 – эмпирическая (точки) и теоретическая (пунктирная линия) вероятности недостижения предельного состояния; 5 и 6–80%-ный (R80) и медианный (R50) ресурсы соответственно

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ УСКОРЕННЫХ РЕСУРСНЫХ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

дель образования отказа, когда изучается зависимость износа (ордината) от времени (абсцисса). Если по оси ординат откладывать нагрузку, а по оси абсцисс – время до отказа, то образуется прочностная модель. Примером последней является кривая усталости материала (кривая Веллера), которая при нулевой асимптоте может изучаться в логарифмических координатах для получения прямолинейных функций логарифма нагрузки от логарифма времени. В работе [4] доказано, что в этом случае гамма-процентный ресурс можно определять с помощью логнормального распределения, что будет показано далее.

В предлагаемой методике основным выходным параметром при выполнении РИ является гамма-процентный ресурс $R(\gamma)$. Это суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах [3]. Схема обоснования этих показателей при допустимой вероятности $\gamma = 80\%$ и 50% (медиана) также показана на графике (см. рис. 1, а). Выбор допустимой величины γ зависит от степени опасности рассматриваемого процесса деградации и обычно назначается поставщиком изделий. Известно, например, что долговечность подшипников качения традиционно оценивается по 90%-ному ресурсу шариков (роликов), а для процесса изнашивания узлов машин многих типов принимают допустимую вероятность $\gamma = 80\%$.

В сложном изделии (машине) может действовать ряд процессов деградации, подлежащих контролю путём РИ для оценки $R(\gamma)$. В этом случае при назначении общего ресурса рекомендуется выбирать наименьшее значение $R(\gamma)$. При этом следует учитывать требования к ре-

сурсам составных частей машины, назначенным до проведения их ремонта и технического обслуживания соответствующих видов. Например, у двигателя внутреннего сгорания ресурсы, назначенные до текущего ремонта, лимитируются надёжностью подшипников, назначенные до среднего ремонта, – кавитацией внешней поверхности и износостойкостью зеркала гильзы цилиндров, а ресурсы, назначенные до капитального ремонта, – износом шеек и усталостной прочностью коленчатого вала. Эти элементы могут проходить нормальные или ускоренные РИ на специальных стендах, создающих условия для имитации соответствующих нагрузок и процессов.

Ускоренные ресурсные испытания

Согласно ГОСТ [3] ускоренными испытаниями на надёжность называются лабораторные (стендовые) испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение информации о надёжности в более короткий срок, чем при нормальных испытаниях. Это определение относится и к УРИ как к показателю долговечности изделия. Далее будут приведены некоторые примеры алгоритмов УРИ, которые базируются на идеологии Р 50–109–89 [6] и РД 50–424–83 [7], где рассматриваются цензурированные и параметрические модели постепенных отказов для расчёта ресурса и коэффициента ускорения испытаний.

Цензурированная модель не предусматривает прямого изучения характеристики ДП. Она основана на регистрации моментов отказов до усечения испытаний, что приводит к получению выборки, представляющей собой наработки всех N объектов испытаний, как отказавших, так и оставшихся работос-

пособными. Уникальные алгоритмы построения эмпирических распределений и расчёта параметров теоретических распределений для цензурированных выборок приведены в монографиях [8, 4].

Параметрическая модель, напротив, предусматривает наблюдение за изменением ДП при испытаниях с целью определения аналитической функции математического ожидания и дисперсии исследуемого процесса деградации от наработки. Это позволяет прогнозировать гамма-процентный ресурс изделия ещё до наступления ПДДП на основе вероятностных моделей [4].

Самым трудным вопросом УРИ является определение коэффициента ускорения как отношения ресурса, или срока службы, при нормальном и форсированном режимах испытаний. Наиболее удачно понятие о коэффициенте ускорения определено следующим образом [9]: “Коэффициент ускорения есть отношение времени испытаний в обычных условиях ко времени испытания в форсированных режимах при условии равенства значений вероятностей безотказной работы в обоих случаях”. Это определение хорошо согласуется с методологией, изложенной в работе [8]. Отсюда следует равнозначное определение: коэффициент ускорения – это отношение гамма-процентных ресурсов, полученных при нормальном и форсированном режимах испытаний при одной и той же вероятности недостижения предельного состояния. Большее значение имеет требование обязательного соблюдения при УРИ идентичности процессов деградации по отношению к нормальным условиям, что в свою очередь означает идентичность законов распределения.

Предлагаемые далее алгоритмы могут быть полезными для решения

некоторых практических задач. Для примера рассмотрим циклический вариант УРИ, когда эквивалентная нагрузка A (нормальная или форсированная) воздействует на объект с частотой $f = 1/T_u$, где T_u – период изменения нагрузки. При использовании этой модели можно применить 3 варианта форсирования испытаний: по частоте циклической нагрузки, по величине эквивалентной нагрузки и по совмещенному способу учёта амплитуды и частоты циклической нагрузки. В стандарте МИ 2307–94 был применен смешанный вариант форсирования путём увеличения силы тока до максимума и снятия тормозных магнитов, что позволило назначить ~~соответствующим~~ приборам межповерочный интервал 16 лет [5].

Выбор способа форсирования является первой творческой задачей подготовки УРИ. Вторым принципиальным вопросом следует считать выбор метода оценки коэффициента ускорения и расчёта гамма-процентного ресурса в циклах работы или гамма-процентного срока службы в единицах календарного времени. Решение этой задачи удобно начать с цензурированной модели ускоренных испытаний.

Цензурированные модели при ускоренных ресурсных испытаниях

Рассмотрим первый вариант форсирования по частоте циклической нагрузки при нормальном режиме нагружения. Такой способ пригоден для тех объектов, деградация состояния которых происходит при их периодическом включении и выключении, что можно воспроизводить на стенде при повышенной частоте изменения нагрузки с ре-

гистрацией числа циклов до возникновения отказа. В этом случае для расчёта гамма-процентного ресурса, выраженного числом циклов работы устройства, ~~например СИ,~~ рекомендуется одновременно или последовательно выполнить УРИ группы однотипных ~~приборов~~ в количестве m не менее 20...30 образцов при частоте n циклов/мин.

По мере возникновения отказов в протокол испытаний записывается наработка t_i и число циклов $N_i = n \times t_i$ до отказа каждого i -го образца, после чего он исключается из выборки. Полученный ряд наработок N_i до отказов позволяет постепенно строить эмпирическое распределение накопленной вероятности безотказной работы P_i и определять параметры a и b теоретического распределения с оценкой коэффициента корреляции (рекомендуется применять закон Вейбулла).

Эмпирическое распределение вероятности безотказной работы P_i рассчитывается по формуле (1) по данным о безразмерной интенсивности отказов λ_i (на конец интервала) [8]:

$$\lambda_i = 1/(m - i), P_i = \prod_{i=1}^i \frac{1}{1 + \lambda_i} \cdot (1)$$

В монографии [4] даётся несколько методов оценки параметров a и b теоретического распределения (метод наименьших квадратов, по оператору Miner и др.) по усечённому распределению вероятности, что не требует ожидания отказа всех образцов группы. Уже при 50% отказов возможно оценить гамма-процентный ресурс $R(\gamma)$ и назначенный ресурс N_{cl} в циклах по формуле (2):

$$N_{cl} = R(\gamma) = a \ln \left(\frac{100}{\gamma\%} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot (2)$$

Полученное значение можно использовать при обосновании назначенного ресурса машины, если при эксплуатации будет регистроваться накопленное число циклов работы.

Для оценки коэффициента ускорения и срока службы в календарном времени необходимо знать частоту использования изделия n_o за установленный нормативный период эксплуатации (например, за год). Для примера рассмотрим частоту использования изделия $n_o = 247$ циклов/год (один раз в сутки при односменной работе). Положим также, что УРИ выполнялись при частоте $n = 2$ цикла/ч или $n_o = 365 \times 24 \times 2 = 17520$ циклов/год. Тогда коэффициент ускорения составит $K_{1y} = n_o/n_o = 17520/247 \approx 70$.

Теперь остаётся рассчитать срок службы в календарных годах. Если были установлены параметры распределения Вейбулла $a = 2720$ циклов и $b = 1,5$, тогда по формуле (2) $N_{cl} = R(0,8) = 1000$ циклов, что соответствует сроку службы $T_{cl} = N_{cl}/n_o \approx 4$ года. Тот же результат получаем через коэффициент ускорения $T_{cl} = K_{1y} N_{cl}/n_o \approx 4$ года.

Другой вариант цензурированных УРИ также относится к изделиям, у которых процессы деградации связаны с выполнением рабочих циклов. Этот вариант предусматривает смешанное форсирование нагрузки по частоте и по амплитуде. В этом случае одновременно должны проходить испытания 2 группы однотипных образцов, состоящих из m_1 и m_2 образцов в первой и второй группах соответственно. При этом желательно иметь $m_1 = m_2 \geq 10$. Первая группа должна проходить УРИ с максимальной нагрузкой, а вторая – при нормальных условиях с рабочей нагрузкой. Обе группы проходят испытания по рас-



ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ УСКОРЕННЫХ РЕСУРСНЫХ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

смотренной ранее методике с построением 2 усечённых распределений по формуле (1). Тогда для оценки коэффициента ускорения по нагрузке K_m можно применить метод равных вероятностей, рекомендуемый в РД 50-424-83 [7] (рис. 2). Как показано ранее, для этого надо определить гамма-процентные ресурсы для каждой группы образцов при одинаковых допустимых $\gamma_{доп}$ (например, $\gamma = 80\%$) с последующим расчётом вторичного коэффициента ускорения K_{2y} по формуле (3):

$$K_{2y} = \frac{R(\gamma)_2}{R(\gamma)_1} = \frac{a_2}{a_1} \ln \left(\frac{100}{\gamma\%} \right)^{\left(\frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_1} \right)}, \quad (3)$$

где индекс 2 относится к нормальному, а индекс 1 – к форсированному режимам УРИ.

Существует возможность ещё больше интенсифицировать УРИ, если по той же методике испытать 2 группы образцов при одинаковой форсированной частоте, но с разной нагрузкой – нормальной (индекс 2) и максимальной (индекс 1). Тогда общий коэффициент ускорения составит $K_y = K_{1y} \times K_{2y}$ относительно форсированного режима по нагрузке.

На рис. 3 приведены результаты таких испытаний, когда при $\gamma = 70\%$ вторичный коэффициент ускорения составил $K_{1y} = R(70\%)_2 / R(70\%)_1 \approx 3$. Тогда при 80%-ном ресурсе для форсированного режима, равном 200 циклам, тот же показатель для нормального режима составит 600 циклов (см. рис. 3). Зная более точные параметры распределения Вейбулла для форсированного режима, можно рассчитать ресурс для любой вероятности. Например, для данных, приведённых на рис. 3, медианный ресурс составит 1200 циклов.

Параметрические модели УРИ

К параметрическим моделям относятся корреляционные зависимости ДП h от времени t веерного, трендового, усталостного или другого типа [4]. На рис. 4 приведён пример простейшей трендовой параметрической модели линейного вида (4):

$$h(t, z) = a_h + b_h t \pm z \sigma_h \quad (4)$$

где t – наработка; a и b – постоянные уравнения регрессии; $z = 2$ – запас надёжности (квантиль) при заданной вероятности 97,5%; $\sigma_h = \sqrt{Var_h(1 + R_{xy}^2)}$ – СКО уравнения регрессии; Var_h – вариация выборки по оси h (износ); R_{xy} – коэффициент корреляции опытной и теоретической функций.

Исходными данными для решения уравнения (4) являются результаты периодических измерений ДП (точки 1) при выполнении УРИ для всей подконтрольной группы образцов (табл. 1, см. рис. 4). После выполнения трёх-четырёх этапов измерений, ещё до достижения ПДДП (линия 5), появляется возможность определить расчётную функцию (4) для средней линии 3 и линий 2 и 4 для доверительных границ. Опыт показывает, что их целесообразно определять при запасе надёжности $z = 2$ (вероятность 97,5%) с использованием метода наименьших квадратов. Искомый 97,5%-ный ресурс определяется путём решения обратной задачи о достижении верхней доверительной грани-

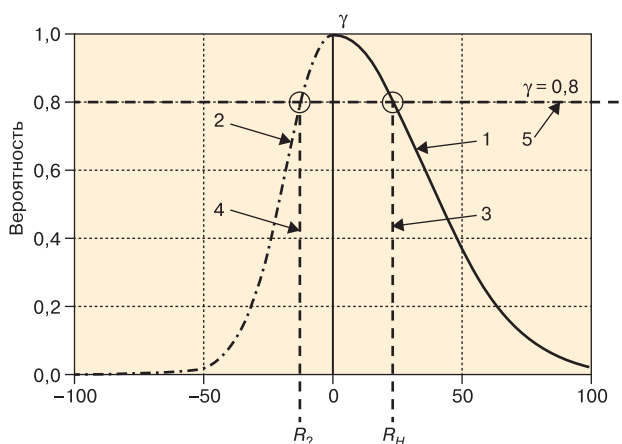


Рис. 2 Метод равных вероятностей при нормальном (1) и форсированном (2) режимах испытаний: 3 и 4 – гамма – процентные ресурсы $R(\gamma)_1$ и $R(\gamma)_2$; 5 – линия равной вероятности $\gamma = 0,8$

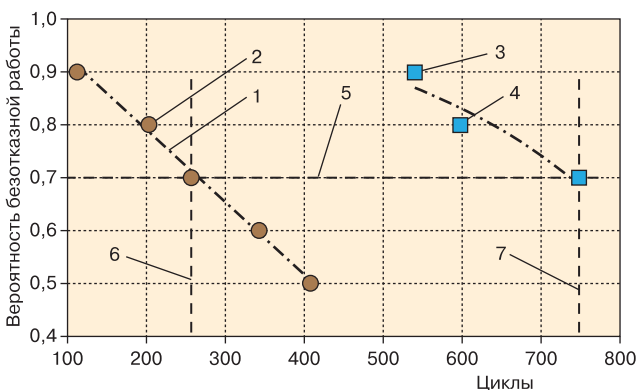


Рис. 3 Результаты расчёта распределений вероятности безотказной работы для форсированного режима (опытные точки 1 и расчётная функция 2) и нормального режима (опытные точки 3 и расчётная функция 4): линия 5 – вероятность 70%; линии 6 и 7 – координаты ресурсов при вероятности 70%

цы тренда 2 уровня ПДДП (точка 9). Расчётом установлено, что этот показатель составляет 920 циклов при среднем ресурсе 1040 циклов.

Если УРИ выполняются на стенде путём форсирования частоты циклической нагрузки, то вопрос о коэффициенте ускорения для пересчёта на календарный срок службы решается так же, как и при цензурированной модели по данным о наработке изделия за сутки эксплуатации. К этому можно добавить некоторый выигрыш во времени на 49% относительно наработки до последнего измерения (700 циклов).

Более сложной является проблема ускорения испытаний в результате форсирования нагрузки. Это требует выполнения специальных исследований или применения для УРИ какой-либо известной модели, например вероятностной модели усталостного типа [4]. Её можно описать степенной функцией с нулевой асимптотой (формула (5)) и применять для прогнозирования ресурсов величиной до $10^9 \dots 10^{10}$ циклов. При этом продолжительность усечённых испытаний может составлять не более $10^6 \dots 10^7$ циклов:

$$N_p = \left(\frac{G}{C} \right)^m 10^{-Z_p \sigma_x}, \quad (5)$$

где G – нагрузка; p – вероятность неразрушения; N – наработка до отказа в циклах; C и m – постоянные функции; Z_p – запас надёжности (квантиль) для вероятности P ; σ_x – параметр формы распределения.

Рассмотрим в качестве исходных данных сведения о наработках в циклах до разрушения $m_{отк}$ образцов (из общего количества $m_{общ}$ образцов) при 6 уровнях динамической нагрузки G при усечённой базе испытаний 5×10^7 циклов (табл. 2) [10].

Задача состояла в определении параметров функции вида (5), кото-

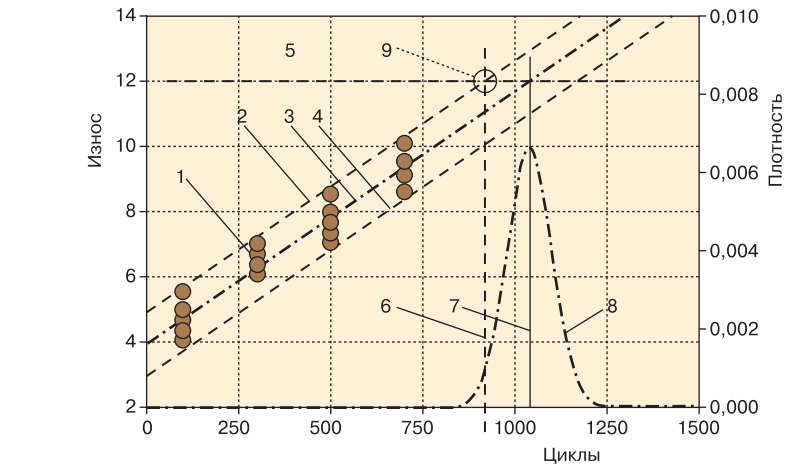


Рис. 4. Пример параметрической модели УРИ: 1 – опытные точки; 2 и 4 – верхняя и нижняя линии тренда при доверительной вероятности 97,5%; 3 – средняя линия тренда; 5 – ПДДП; 6 – линия нижней доверительной границы ресурса; 7 – линия среднего ресурса; 8 – плотность распределения; 9 – точка гамма-процентного износа

Таблица 1. Данные об износе образцов, полученные по результатам ускоренных испытаний, мм

Число циклов	Номер образца					
	1	2	3	4	5	6
100	1,1	0,8	0,9	1	0,85	0,95
300	1,4	1,2	1,3	1,3	1,22	1,36
500	1,5	1,7	1,4	1,6	1,55	1,56
700	1,7	1,8	1,85	2	1,9	1,99

Таблица 2. Результаты усталостных испытаний образцов

G	$m_{отк}$	$m_{общ}$	$K_{кор}$	Медианный ресурс		Нижняя граница ресурса
				Опыт	Расчёт	
11	4	28	-0,929	$1,139 \times 10^8$	$1,06 \times 10^8$	$6,421 \times 10^7$
11,5	4	15	-0,983	$8,184 \times 10^7$	$6,763 \times 10^7$	$4,097 \times 10^7$
12	6	13	-0,971	$4,034 \times 10^7$	$4,399 \times 10^7$	$2,665 \times 10^7$
12,5	8	13	-0,988	$2,245 \times 10^7$	$2,911 \times 10^7$	$1,764 \times 10^7$
13,5	17	18	-0,993	$1,258 \times 10^7$	$1,337 \times 10^7$	$8,102 \times 10^6$
16,5	13	13	-0,985	$2,034 \times 10^6$	$1,759 \times 10^6$	$1,066 \times 10^6$

рая решалась по следующей методике в математическом редакторе MathCad. Сначала для цензурированной выборки наработок до отказов образцов каждого уровня нагрузки определялось эмпирическое распределение вероятности по формуле (1). Затем по особому алгоритму для вы-

бранных наработок определялись параметры теоретического распределения с оценкой коэффициента корреляции и медианного ресурса (см. столбцы 4 и 5 табл. 2). В данном случае применялся логнормальный закон.

Таким образом, образовалась корреляционная зависимость ме-

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ УСКОРЕННЫХ РЕСУРСНЫХ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

дианного ресурса от уровня нагрузки, характеристики которой были рассчитаны путём применения логарифмической анаморфозы (см. рис. 5, а) и метода наименьших квадратов. Полученные уравнения позволили построить кривые зависимости амплитуды нагрузки от наработки в циклах (среднюю и граничные кривые) и рассчитать прогнозируемый ресурс при заданной нагрузке или

предел усталости при заданном ресурсе (см. рис. 5, б).

В статье описаны лишь некоторые из возможных алгоритмов УРИ для конкретных процессов деградации состояний изделий или их составных частей. Понятно, что такие испытания не могут заменить полного комплекса изучения надёжности на всех этапах

жизненного цикла изделия. Более того, планирование УРИ с выбором исследуемых узлов и деталей, скорее всего можно осуществлять только на основании опыта эксплуатации серийных изделий или их аналогов. Можно надеется, что приведённые рекомендации внесут некоторый вклад в решение актуальной проблемы безопасной эксплуатации машиностроительной продукции.

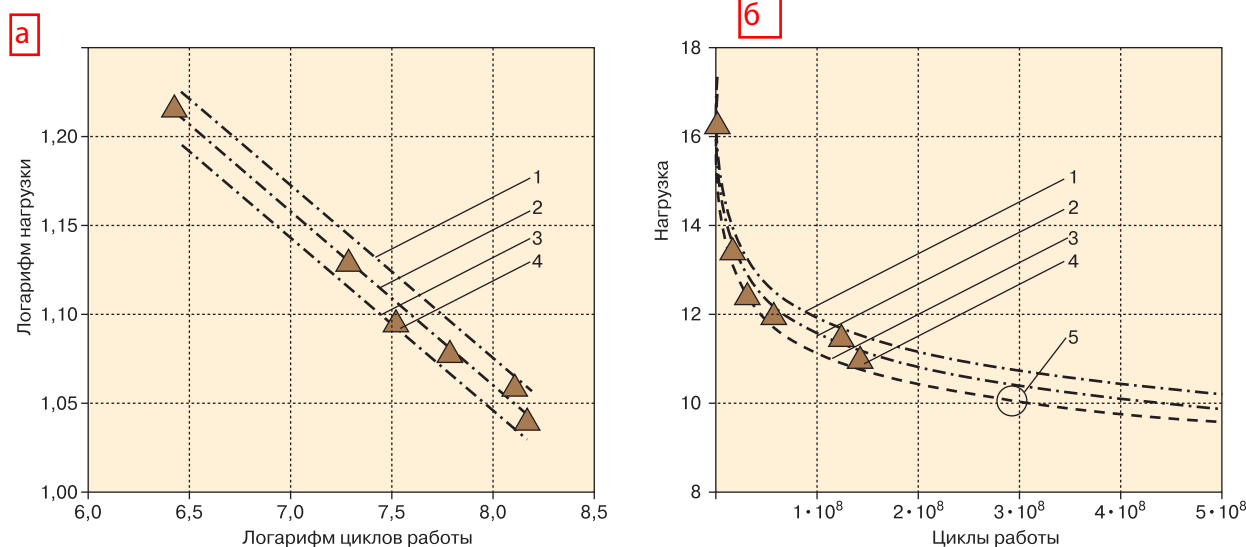


Рис. 5
Графики усталостного типа в логарифмических (а) и декартовых (б) координатах: 1, 2 и 3 – расчётные линии (верхняя, средняя и нижняя соответственно); 5 – точка предела усталости для 97,5%-ного ресурса

Литература

1. Гишваров А. С., Давыдов М. Н., Агеев Г. К. Основные задачи повышения эффективности ускоренных ресурсных испытаний двигателей и энергетических установок // Вестник УГАТУ. – 2012. – Т. 16, № 2 (47). – С. 69–75.
2. Временное положение об организации и проведении работ по установлению ресурса и сроков службы гражданской авиационной техники (Текст документа по состоянию на июль 2011 г.) // Информационно-правовой портал Bestpravo.ru [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.bestpravo.ru/rossijskoje/pt-postanovlenija/f3p.htm>, свободный.
3. ГОСТ 27.002–89. Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения / Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. – М., 1989.
4. Ефремов Л. В. Практика вероятностного анализа надёжности техники с применением компьютерных технологий. – СПб.: Наука, 2008.
5. МИ 2307–94. ГСИ. Счётчики электрической энергии индукционные. Программа и методика ускоренных испытаний с целью подтверждения межповерочного интервала.
6. Р 50–109–89. Рекомендации. Надёжность в технике. Обеспечение надёжности изделий. Общие требования / Государственный комитет СССР по стандартам. – М., 1989.
7. РД 50–424–83. Надёжность в технике. Ускоренные испытания. Основные положения. – М.: Издательство стандартов, 1984.
8. Ефремов Л. В. Вероятностная оценка метрологической надёжности средств измерений: алгоритмы и программы. – СПб.: Нестор-История, 2011.
9. Коэффициент ускорения [Электрон. док.] // Сайт компании Marshal Group. – Режим доступа: <http://www.marshall-group.com/koefficient-uskoreniya-estj.html>, свободный.
10. Степнов М. Н., Гиацинтов Е. В. Усталость лёгких конструкционных сплавов. – М.: Машиностроение, 1973.